MICHIGAN STATE NORMAL COLLEGE

1914. No. 19.

ANNALEN DER PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. u. E. WIEDEMANN, P. DRUDE.

VIERTE FOLGE.

Band 45. Heft 8.

DER GANZEN REIHE 350. BANDES 8. HEFT.

KURATORIUM:

M. PLANCK, G. QUINCKE,
W. C. RÖNTGEN, W. VOIGT, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEGEBEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK.

LEIPZIG, 1914.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.
DÖRRIENSTRASSE 16.

Bestellungen auf die „Annalen" werden von allen Buchhandlungen, von den Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in 24 Heften (= 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 54 M.

(Ausgegeben am 15. September 1914.)

Inhalt.

Seite

1. A. Kalähne. Über die Änderung der Schwingungszahl tönender Körper in Gasen 321
2. Martin Sjöström. Untersuchungen über stehende Hertzsche Wellen in Luft. Ein Beitrag zur Frage nach der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen in Luft und an Drähten 353
3. E. Kron. Über die Extinktion des Lichtes in der Erdatmosphäre für das Ultraviolett 377
4. Walther Friedrich u. Peter Paul Koch. Über Methoden zur photographischen Spektralphotometrie der Röntgenstrahlen 399
5. Emil Paulson. Konstante Differenzen in den Linienspektren 419
6. F. Hayashi. Zur Kenntnis des Funkenpotentials in Gasen bei höherem Druck 431
7. Paul Eversheim. Wellenlängennormale II. Ordnung im roten Teil des Eisenspektrums 454
8. W. Voigt. Über Zeeman-Triplets mit anormalen Rotationsrichtungen und über Medien mit negativem Faraday-Effekt . . 457
9. E. Perucca. Über zirkularen Dichroismus des Amethysts . 463

Die Redaktion der Annalen wird von den umseitig genannten Herren besorgt. Den geschäftlichen Teil hat Herr **Geh. Hofrat Prof. W. Wien** übernommen, an den auch Manuskripte zu senden sind. Seine Adresse ist: **Würzburg, Pleicherring 8.**

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger **Abdruck** der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

Die **Zeichnungen** sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzeichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik" üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.

1914. № 19.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 45.

1. *Über die Änderung der Schwingungszahl tönender Körper in Gasen;* *von A. Kalähne.*

§ 1. Allgemeines über die Frequenzänderung durch das umgebende Medium. Frühere Versuche.

Der Einfluß des umgebenden Mediums auf die Eigenfrequenz schwingender Körper ist vielfach untersucht worden. Er besteht in einer Verkleinerung der Frequenz, akustisch gesprochen also in einer Vertiefung des Eigentones bzw. der Eigentöne des schwingenden Körpers. Diese Frequenzerniedrigung wird dadurch bewirkt, daß das umgebende Medium oder wenigstens ein Teil desselben mitbewegt werden muß, so daß die gesamte bewegte Masse größer ist als die des schwingenden Körpers allein, die für die Berechnung der Frequenz in Betracht kommt, wenn er im Vakuum schwingt. Der Körper erfährt durch die Anwesenheit des Mediums einen scheinbaren Massenzuwachs, dessen Größe außer von seiner Form und der Art der Schwingungen (Longitudinal-, Transversalschwingungen usw.) von der Natur des Mediums, insbesondere seiner Dichte, abhängt. Auch die Zähigkeit kann dabei eine Rolle spielen, kommt aber nach den schon vorliegenden Untersuchungen nur in extremen Fällen in Betracht; sie vergrößert im allgemeinen nur die Dämpfung des schwingenden Körpers und bewirkt dadurch indirekt eine — meist verschwindend kleine — Frequenzerniedrigung. Auch die Dichte des Mediums hat außer dem oben angedeuteten direkten den sehr kleinen indirekten Einfluß durch Vermittelung der Dämpfung, indem die Strahlungsdämpfung des Körpers, d. h. die durch die dauernde Energieabgabe an das Medium bewirkte Dämpfung seiner Schwingungen, von der Dichte desselben abhängt.

Am genauesten ist die Frequenzänderung durch das umgebende Medium bei Pendelschwingungen untersucht worden,

wo sie trotz ihrer Kleinheit bei der geforderten hohen Genauigkeit der Frequenzmessung eine Rolle spielt. Hierbei handelt es sich aber um sehr langsame Schwingungen schwerer Körper unter dem Einflusse der Schwere als treibender Kraft. Uns interessieren hier jedoch Schwingungen elastischer Körper, in erster Linie die, welche in das Gebiet der Hörbarkeit fallen, also akustische Schwingungen. Diese Benennung soll übrigens auch dann noch benutzt werden, wenn die Tonhöhe unter die untere Hörgrenze sinkt oder über die obere hinaussteigt.

Über die Änderung der Frequenz (Tonhöhe) *tönender Körper* durch das umgebende Medium liegen nicht allzuviel Beobachtungen von Bedeutung vor. Sie stammen meist aus älterer Zeit und sind von Auerbach[1]) im 2. Bande (Akustik) von Winkelmanns Handbuch der Physik zusammengestellt. Diese Zusammenstellung enthält übrigens nur Beobachtungen über die Wirkung von Flüssigkeiten. Sie kann durch eine neuere Arbeit von Terada[2]) ergänzt werden. Versuche über den Einfluß von Gasen, der wegen der viel geringeren Dichte wesentlich kleiner ist, sind daselbst nicht berücksichtigt. Es gibt, soviel mir bekannt ist, außer gelegentlichen Beobachtungen auch nur ganz wenige Untersuchungen darüber. Hartmann-Kempf[3]) hat bei seinen elektroakustischen Untersuchungen gefunden, daß eine keilförmige Stahllamelle von 52 mm Länge und 7,5 mm Breite, deren Dicke von 0,45 mm am dünneren bis zu 0,8 mm am dickeren Ende stieg, im Vakuum etwas (ungefähr 0,1 Proz.) höhere Frequenz hatte als in Luft von Atmosphärendruck. Besondere Untersuchungen über den Einfluß der umgebenden Luft auf die Tonhöhe von Stimmgabeln haben Tuma[4]) und v. Ettingshausen[5]) angestellt. Letzterer arbeitete mit elektromagnetisch getriebenen Gabeln und fand Frequenzerniedrigungen gegen die Frequenz im Vakuum von etwa $^1/_{100}$ der Schwingungszahl. Das ist offenbar ein viel zu

1) F. Auerbach, Handbuch d. Physik. II. (Akustik). 2. Aufl. p. 116ff.
2) T. Terada, Physik. Zeitschr. 7. p. 852. 1906.
3) Hartmann-Kempf, Inaug.-Diss. Würzburg 1903; Ann. d. Phys. 13. p. 124 u. 271. 1903.
4) J. Tuma, Sitzungsber. d. Wien. Akad. 98. [2a.] p. 1028. 1889.
5) A. v. Ettingshausen, Pogg. Ann. 156. p. 337. 1875.

hoher Betrag und wahrscheinlich auf eine fehlerhafte Beobachtungsmethode zurückzuführen. Die beste und einwandfreieste Untersuchung ist wohl die von Tuma.[1]) Er beobachtete an einer frei schwingenden Stimmgabel, die mit einem Hammer angeschlagen wurde und unter einer großen, mit der Luftpumpe verbundenen Glocke stand, unter sorgfältiger Berücksichtigung der Temperatur, die auf die Tonhöhe der Stimmgabeln einen hier nicht zu vernachlässigenden Einfluß hat. Es wurde die Anzahl φ der Schwebungen gezählt, welche die Versuchsgabel mit einer annähernd gleich hohen Normalgabel machte, wenn der Druck in der Glocke erniedrigt wurde. Die Ergebnisse konnten durch die Formel dargestellt werden:

$$\varphi = 2{,}5756 + 0{,}000135\,P\,\frac{\text{Schw.}}{\text{Sek.}},$$

in der P den Druck in Millimetern Quecksilbersäule angibt. Der Unterschied der Schwingungszahlen im Vakuum und in Luft von Atmosphärendruck betrug demnach $0{,}000135 \cdot 760 = 0{,}1027\ \frac{\text{Schw.}}{\text{Sek.}}$. Die relative Differenz (Änderung, dividiert durch Schwingungszahl) läßt sich nur schätzungsweise bestimmen, da Tuma die Schwingungszahl selbst gar nicht angibt. Vermutlich handelt es sich aber um eine Normalgabel von 435 Schwingungen. Aus den von ihm angegebenen Maßen der Gabel (Zinkenlänge $l = 100$ mm, Dicke $d = 5$ mm, Breite $b = 14$ mm) berechnet sich nach der Formel von Mercadier[2]) die Schwingungszahl in roher Annäherung zu

$$N = 818270\,\frac{d}{(l + 3{,}8)^2} = 388{,}6\ \frac{\text{Schw.}}{\text{Sek.}}.$$

Die so gewonnene Zahl bestätigt die obige Vermutung. Nimmt man, da es sich ja doch nur um ungefähre Werte handelt, als Schwingungszahl 435 $\frac{\text{Schw.}}{\text{Sek.}}$ an, so ergibt sich bei dieser Gabel die relative Änderung zwischen 0 und 1 Atmosphäre Druck in Luft zu nicht ganz $^1/_{4000}$. Das ist ein viel geringerer Betrag, als der von Ettingshausen gefundene; er entspricht etwa dem durch eine Temperaturänderung der Gabel von

1) J. Tuma, Sitzungsber. d. Wien. Akad. 98. [2a.] p. 1028. 1889.
2) E. Mercadier, Compt. rend. 79. p. 1001 u. 1069. 1874.

2,5 C. erzeugten. Aus den Tumaschen Beobachtungen folgt, daß die Frequenzänderung dem Druck, also auch der Dichte der umgebenden Luft proportional ist, ein Ergebnis, das bei der Kleinheit des Betrages der Änderung zu erwarten war.

Versuche über Frequenzänderung von Stimmgabeln oder sonstigen Klangkörpern in anderen Gasen als Luft sind mir nicht bekannt. Bei den weit zurückliegenden Leslieschen[1]) Versuchen, durch die Stokes[2]) zu seinen Arbeiten über die Mitteilung der Schwingungen eines schwingenden Körpers an das umgebende Gas veranlaßt wurde, schwang allerdings ein Klangkörper (Glocke) in verschiedenen Gasen, aber es wurde nicht die — dabei sehr kleine — Frequenzänderung der Glocke, sondern ihre verschieden starke Schallabgabe an das umgebende Gas beobachtet.

§ 2. Versuchsanordnung und Beobachtungsmethode. Röhren als Klangkörper.

Um stärkere, besser zu beobachtende Frequenzänderungen zu erzielen, muß man möglichst leichte Klangkörper mit großer Oberfläche benutzen, damit die Wirkung des umgebenden Mediums, die durch den Gegendruck desselben gegen die Oberfläche des Körpers entsteht, möglichst groß ausfällt. Bei gelegentlichen, zu anderen Zwecken angestellten Versuchen mit dünnwandigen Aluminiumröhren, die wie Meldesche Klangstäbe in Querschwingungen versetzt wurden, beobachtete ich recht erhebliche, damals sehr störende Frequenzänderungen, wenn die umgebende Luft durch ein anderes Gas ersetzt wurde. Dadurch wurde ich veranlaßt, die Erscheinung genauer zu studieren. Es ergab sich im Laufe dieser Untersuchungen, daß man diese leicht zu beobachtende Frequenzänderung zur Bestimmung der Dichte des umgebenden Gases benutzen kann. Natürlich läßt sich dasselbe Verfahren auch auf Flüssigkeiten anwenden. Über Versuche nach dieser Richtung — zunächst mit Gasen — habe ich früher kurz berichtet und für Apparate, mit denen nach diesem Verfahren die Dichte von Gasen oder Flüssigkeiten bestimmt wird, den

1) J. Leslie, Trans. Cambridge Phil. Soc. 1. p. 267. 1822.

2) G. Stokes, Math. and Phys. Papers 4. p. 299; Phil. Trans. Roy. Soc. 158. 18. Juni 1868.

Namen *„Schwingungspyknometer“* vorgeschlagen.[1]) Eine ausführliche Veröffentlichung der Versuchsergebnisse war in Aussicht gestellt worden. Diese erfolgt hiermit. Leider war es aus äußeren Gründen nicht möglich, die Versuche, wie beabsichtigt, noch weiter zu führen und mehr Zahlenmaterial zu gewinnen. Besonders fehlen noch Versuche im Vakuum bzw. in verdünnten Gasen, durch welche festgestellt werden sollte, ob nur die jeweilige Gasdichte, die man natürlich durch Druckänderung beliebig variieren kann, oder auch noch die Natur des Gases einen Einfluß auf die Frequenz hat. Es läßt sich also noch nicht einwandfrei entscheiden, ob die in den bisherigen Versuchen beobachteten geringen Abweichungen von der Proportionalität zwischen Dichte und Frequenz nur auf Beobachtungsfehlern beruhen, wenn dies auch nach der Diskussion in §§ 6 und 7 wahrscheinlich ist. Ich teile aber das in mancher Hinsicht noch unvollkommene und nicht sehr umfangreiche Beobachtungsmaterial hier mit, einmal, weil ich nicht weiß, wie bald ich über besseres Material verfügen werde, und zweitens, um für die in der nachfolgenden Arbeit durchgeführte theoretische Berechnung der Frequenzänderung die nötigen experimentellen Grundlagen zu geben.

Die ersten Versuche wurden mit einigen gerade vorhandenen dünnwandigen Aluminiumröhren angestellt. Später wurden dazu nahtlose Röhren von dem Röhrenwalzwerk Knappe in Niederschöneweide bei Berlin bezogen. Leider war es nicht möglich, Röhren mit geringerer Wanddicke als 0,30 mm zu bekommen; die Röhren mit größerem Durchmesser von 30 und 40 mm besaßen sogar 0,40 mm Wandstärke. Dadurch war der zu erzielenden Frequenzänderung eine ziemlich niedrige Grenze gesetzt. Diese Änderung ist nämlich bei gleichem Rohrdurchmesser und gleicher Tonhöhe, welch letztere man durch Änderung der Rohrlänge regeln kann, um so größer, je kleiner die Masse der Längeneinheit des Rohres ist, also je dünner die Rohrwand ist. Allzu dünn darf sie freilich nicht sein, weil sonst das Rohr sich leicht verbiegt und dadurch seinen Eigenton in unkontrollierbarer Weise ändert. Aus diesem Grunde muß auch die Haltevorrichtung sehr stabil sein.

---

1) A. Kalähne, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **16**. p. 81. 1914.

Damit die Röhren wie massive Stäbe Querschwingungen ausführen können, müssen sie in Knotenpunkten der zugehörigen Schwingungsfigur unterstützt werden. Man kann sie entweder in zwei Schlingen aus dünnem Faden aufhängen oder besser zwischen zwei Paar Spitzenschrauben einspannen, die das Rohr an zwei Knotenstellen fixieren. Diese Befestigung wurde gewählt. Fig. 1 zeigt die ganze Anordnung, die noch

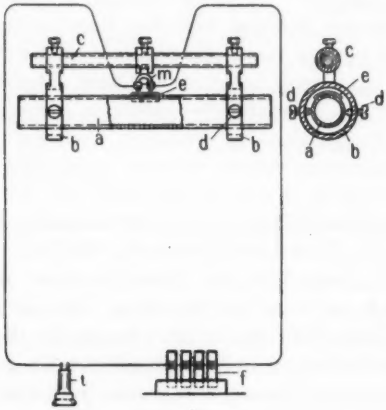


Fig. 1.

einige Zusatzteile für besondere Zwecke enthält. Es kommt nur die Anordnung mit zwei freien oder auch zwei festen Stabenden in Betracht, bei denen die zusammengehörigen Knoten symmetrisch zur Mitte liegen. Der Schwingungstypus mit einem festen und einem freien Stabende ist gar nicht untersucht worden; er dürfte schwerer zu verwirklichen sein als die anderen. Hauptsächlich ist der Typus mit zwei freien Enden, und zwar die Grundschwingung mit zwei Knoten benutzt worden; auf ihn bezieht sich die Fig. 1. Je zwei Spitzenschrauben *d d* sitzen in einem kräftigen Messingring *b* einander gegenüber und halten das Rohr *a* zwischen sich eingeklemmt. Die Ringe *b* sind mit durchbohrten Fortsätzen versehen, die wie Muffen auf die Trageschiene *c* (Stahlstab von 13 mm Durchmesser) aufgeschoben und mit Klemmschrauben festgeklemmt werden. Auf diese Weise kann der gegenseitige

Abstand der beiden Ringhalter mit den Spitzenschrauben dem jeweiligen Knotenabstand genau angepaßt werden. Auf der Stahlschiene *c* können Hilfsapparate (Hammer zum Anschlagen des Rohres, Hörrohr zum Abhören desselben usw.) angebracht werden. Die ganze Anordnung kann in beliebiger Lage benutzt werden, indem man die Trageschiene in einem geeigneten Halter befestigt. Bei den Versuchen mit anderen Gasen als Luft wurde sie z. B. in eine Blechwanne eingesenkt oder — bei den späteren Versuchen — in weite Röhren aus Zinkblech mit quadratischem Querschnitt eingehängt, deren Enden mit Verschlußplatten gasdicht abgeschlossen werden konnten. Diese Platten hatten Durchbohrungen zum Einleiten der Gase, sowie zur Einführung von Thermometern, Hörrohr und elektrischen Leitungen.

Die Tönhöhe wurde durch Vergleichung (Zählung der Schwebungen) mit geeigneten Stimmgabeln bestimmt. Der Ton wurde entweder durch ein gläsernes Hörrohr, dessen Ende der Rohrmitte dicht gegenüberstand, und Hörschlauch direkt zum Ohr oder auch mittels der in Fig. 1 skizzierten elektromagnetischen Einrichtung zu einem Hörtelephon *t* geleitet. Bei den unten mitgeteilten und zur Berechnung benutzten Versuchen mit Rohr 4 wurde nur das Hörrohr benutzt, und zwar in der Weise, daß der zum Rohr führende Kautschukschlauch mittels eines gläsernen T-Stückes gleichzeitig mit dem vor dem Klangkörper endigenden Hörrohr und einem zweiten vor der Stimmgabel endigenden Hörrohr verbunden war. Da der Ton des Aluminiumklangkörpers verhältnismäßig schnell verklingt — in dichteren Gasen merklich schneller als in leichten —, so nimmt man zweckmäßig leicht dimensionierte Stimmgabeln, deren Ton ebenfalls in Verlauf einiger Sekunden merklich schwächer wird. Die Schwebungen bleiben dann die ganze Zeit über, während der überhaupt ein Ton wahrnehmbar ist, deutlich hörbar.

Die Zahl der Schwebungen in der Sekunde wurde mit einer guten Stoppuhr bestimmt, indem die zum Ablauf einer beliebig gewählten Anzahl von Schwebungen (je nach Umständen 3—20) erforderliche Zeit in Sekunden und Zehntelsekunden gemessen wurde. Diese Messung wurde zehnmal hintereinander ausgeführt und das Mittel daraus genommen.

Die mitgeteilten Zahlen geben einen Anhalt für die erreichte Genauigkeit. Es soll jedoch gleich hier bemerkt werden, daß diese Genauigkeit hinter der wirklich erreichbaren erheblich zurückbleibt; denn manche Fehlerquellen, die bei neueren Versuchen leicht vermieden werden können, wurden erst im Lauf der Versuche selbst offenbar, konnten also nur teilweise berücksichtigt werden. Solche Fehlerquellen fanden sich z. B. in nicht genügend stabiler Befestigung des schwingenden Rohres und daraus folgender Durchbiegung mit Änderung des Eigentones, in dem Temperatureinfluß auf das Rohr und die Stimmgabel und in dem nicht ganz gleichmäßigen Gang der Stoppuhr, dessen Geschwindigkeit etwas von der Federspannung abhing. Es mußte deshalb die Vorsicht gebraucht werden, die Uhr vor jeder Versuchsreihe vollständig aufzuziehen, wodurch der Fehler auf ein Minimum herabgedrückt wurde. Immerhin dürfte die dadurch bedingte Unsicherheit in der Zeitmessung und damit auch in der Schwebungszahl fünf Tausendstel betragen.

§ 3. Vorversuche.

Die Dimensionen und Tonhöhen der nach und nach angefertigten Röhren sind folgende, in Tab. 1 angegebene.

Tabelle 1.

Rohrnummer	Länge L	Durchmesser außen $2r_1$	Durchmesser innen $2r_2$	Wanddicke s	Rohrgewicht M	Tonhöhe	Schwingungszahl $N^{(2)}_{\text{Luft}}$
	mm	mm	mm	mm	g		
Al-Rohr 1	598	28,0	27,14	*0,43	60,00	h_1	ca. 490 Schw./Sek.
„ 2	551	24,0	23,40	*0,30	33,55	h_1	„ 490 „
„ 3	577	—	—	—	25,89	—	— „
„ 4	827	40,0	39,2	0,4	103,1	fis_1	362,7 „
„ 5	567	26,9	26,16	*0,37	47,84	c_2	509,4 „
„ 6	320	19.9	19,36	*0.27	14,44	ca. es_3	ca. 1230 „
„ 7	349	19,7	19,14	*0,28	16,10	ca. h_2	„ 980 „
„ 8	607	30,0	29,36	*0,32	49,46	c_2	„ 507 „

Ein Sternchen bei den Dickenangaben in Spalte 5 bedeutet, daß die Wanddicke aus dem Gewicht M und den Dimensionen des Rohres berechnet ist; als Dichte des Aluminiums ist dabei 2,7 angenommen. Direkte Messung war nur ungenau ausführbar.

Von diesen Rohren sind übrigens einige nur probeweise angefertigt und nicht weiter benutzt worden.

Die Vorversuche wurden mit Rohr 1 und 2 angestellt; 2 war Versuchsrohr, 1 diente als Vergleichsklangkörper statt einer Stimmgabel. Beide wurden schnell nacheinander mit einen kleinen Korkhammer, der noch mit einem Gummiring umlegt war und einen Stiel aus federndem Stahlblech hatte, angeschlagen. Gleiche Hämmer, je nach der Wandstärke schwerer oder leichter, wurden auch bei den anderen Rohren benutzt. Die auf der Schiene *c* (vgl. Fig. 1) befestigten Hämmer wurden mittels eines dünnen Fadens zurückgezogen und losgelassen. Bei den Versuchen mit anderen Gasatmosphären lief der Faden aus dem Gefäß, in dem sich das Rohr befand, durch die Öffnung einer Glaskapillare nach außen.

Standen beide Rohre 1 und 2 nebeneinander in Luft, so machten sie 2,31 Schwebungen in einer Sekunde. Wurde 2 in einen oben offenen flachen Trog aus Zinkblech von 64,5 cm Länge, 10 cm Breite und 10 cm Höhe getaucht, so änderte sich diese Zahl nicht; wurde aber darin die Luft durch Kohlensäure ersetzt, die einer Bombe entnommen wurde, so ergaben sich 4,25 Schwebungen. Wurde der Trog mit der offenen Seite nach unten über das Rohr 2 gestülpt und mit Leuchtgas gefüllt, so erhielt man ganz langsame schwer zählbare Schwebungen, ungefähr 0,5—0,6 in einer Sekunde. Also wurde das in Luft um 2,31 Schwingungen tiefere Rohr 2 durch Umgeben mit Kohlensäure um $4{,}25 - 2{,}31 = 1{,}94$ Schwingungen vertieft, durch Umgeben mit Leuchtgas um ca. $2{,}31 - 0{,}6$ = ca. 1,7 Schwingungen erhöht. Diese Zahlen können keine große Genauigkeit beanspruchen, da die Versuche nur zur Orientierung unternommen waren und jede Messungsreihe nur fünf Schwebungsbeobachtungen umfaßte. Die Hauptversuche sind mit den Rohren 4 und 5 und mit Stimmgabeln als Vergleichstonquellen ausgeführt worden. Die Rohre 3, 6, 7 wurden nicht benutzt, teils weil sie nicht gut tönten, teils weil keine dazu passenden Stimmgabeln vorhanden waren. Rohr 8 wurde speziell zur Erprobung einer elektromagnetischen Erregungs- und Meßvorrichtung statt der Erregung durch Hammeranschlag und der Messung durch Schwebungszählung gebraucht.

Bei den Versuchen mit den Rohren 4 und 5 befanden sich diese in den früher erwähnten Zinkkästen, weiten Rohren mit quadratischem Querschnitt, deren offene Stirnenden verschlossen werden konnten. Die Dimensionen waren

Kasten I (für Rohr 5): Länge 80 cm, Höhe und Breite 20 cm.
„ II („ „ 4): Länge 120 „ „ „ „ 18 „

Die Enden der Tragschiene *c*, an der das Klangrohr mit Zubehör befestigt war, wurden in Muffen eingehängt, die innen an der oberen Wand des Kastens angenietet waren. Das Gas wurde durch eine Öffnung an der einen Stirnwand eingeleitet, durch eine ebensolche an der anderen Stirnwand konnte das zu vertreibende Gas entweichen. Die Temperatur wurde an zwei Quecksilberthermometern abgelesen, die an den Stirnenden in das Kasteninnere hineinragten.

Tabelle 2.

Rohr 4; $B = 751$ mm.
t_1 vorher 19,4°; nachher 19,3°.
t_2 „ 19,2; „ 19,2°.

Luft Rohrton tiefer	CO_2 tiefer	*Luft* tiefer	*Luft* (3 Std. spät.) tiefer
10 Schweb. in	20 Schweb. in	10 Schweb. in	10 Schweb. in
4,6 Sek.	4,8 Sek.	4,4 Sek.	4,7 Sek.
5,2	5,0	4,4	4,6
4,8	4,8	4,5	4,7
4,8	4,7	4,6	4,8
4,8	4,5	4,6	4,5
4,4	5,0	4,6	
4,7	5,0	4,6	
4,7	4,8	4,6	
5,0	4,5	4,6	
4,7	4,8	4,8	
Mittel 4,77 Sek.	4,79 Sek.	4,57 Sek.	4,66 Sek.
$\frac{\text{Schweb.}}{\text{Sek.}}$ $\nu = -2{,}09_7$	$-4{,}17$	$-2{,}18_4$	$-2{,}15$

Mittelwert $\nu_{\text{Luft}} = -2{,}14_0$

$$N_{CO_2} - N_{\text{Luft}} = -2{,}03 \frac{\text{Schw.}}{\text{Sek.}}$$

§ 4. Beobachtungen mit Aluminiumrohr 4.

Ich gebe nun die in Betracht kommenden Versuchsdaten an. Als Vergleichstonquelle diente bei Rohr 4 eine Stimmgabel mit verstellbaren Laufgewichten zur Regulierung der Tonhöhe, bei Rohr 5 wurden mehrere Gabeln ohne Laufgewichte mit etwas verschiedenen Schwingungszahlen benutzt. Die beobachtete Anzahl der Schwebungen in einer Sekunde ist v, die sekundliche Schwingungszahl N, mit entsprechendem Index; z. B. N_{Luft}, N_{H} = Schwing.-Zahl in Luft, bzw. in Wasserstoff. Leuchtgas ist dabei einfach durch Gas bezeichnet. B ist der korrigierte Barometerstand; t_1 und t_2 sind die Temperaturen an den beiden Thermometern. *Die angegebenen Frequenzänderungen sind die Differenzen der Schwingungszahlen in den anderen Gasen gegen die Zahlen in Luft, also z. B.* $N_{CO_2} - N_{\text{Luft}}$; *positive Änderung bedeutet Tonerhöhung, negative Tonvertiefung.*

Tabelle 3.

Rohr 4; $B = 752$ mm.
t_1 vorher 18,9°; nachher 18,7°.
t_2 „ 18,7°; „ 18,4°.

Leuchtgas Rohrton tiefer	*Luft* tiefer
20 Schweb. in	20 Schweb. in
6,4 Sek.	3,8 Sek.
6,2	4,0
6,0	3,8
6,1	3,7
6,1	4,0
6,4	4,0
6,2	3,8
6,3	3,8
6,2	3,8
6,0	3,8
Mittel 6,19 Sek.	3,85 Sek.
$\frac{\text{Schweb.}}{\text{Sek.}}$ $v = -3{,}23$	$-5{,}19$

$N_{\text{Gas}} - N_{\text{Luft}} = +1{,}96 \frac{\text{Schw.}}{\text{Sek.}}$

Tabelle 4.

Rohr 4; $B = 753$ mm.
t_1 vorher 18,7°; nachher 18,5°.
t_2 „ 18,4°; „ 18,0°.

Luft Rohrton tiefer	H_2 höher	*Luft* tiefer
10 Schweb. in	5 Schweb. in	10 Schweb. in
6,0 Sek.	3,0 Sek.	5,0 Sek.
5,8	3,2	4,8
5,8	3,0	5,2
6,0	3,0	5,0
5,8	3,0	5,1
	3,1	
	3,0	
	3,0	
	3,0	
	3,1	
Mittel 5,88 Sek.	3,03 Sek.	5,02 Sek.
$\frac{\text{Schweb.}}{\text{Sek.}}$ $v = -1{,}70_0$	$+1{,}65_0$	$-1{,}99_0$

Mittelwert $v_{\text{Luft}} = -1{,}85$

$N_{\text{H}} - N_{\text{Luft}} = +3{,}50 \frac{\text{Schw.}}{\text{Sek.}}$

Die Versuche von Tab. 3 schließen sich zeitlich unmittelbar an die in der letzten Spalte von Tab. 2 an; doch ist dazwischen die Tonhöhe der Vergleichsgabel etwas geändert worden, um mit Leuchtgas gut zählbare Schwebungen zu erhalten. Die Zahlen der letzten Spalte von Tab. 2 beweisen, daß das Versuchsrohr in der Zwischenzeit zwischen den Versuchen mit CO_2 und Leuchtgas, sowie den gleich darauf folgenden mit H_2 (vgl. Tab. 4) keine Veränderung erlitten hat. Für die Versuche mit Wasserstoff (Tab. 4) ist die Gabel von neuem verstellt worden.

§ 5. Beobachtungen mit Aluminiumrohr 5.

Die Beobachtungen mit Rohr 5 sind zwar zahlreicher; ihre Genauigkeit ist aber durch einen Umstand beeinträchtigt worden, dessen Einfluß erst während der Beobachtungen hervortrat. Das Rohr ist nämlich ebenso wie Rohr 8 mit den in Fig. 1 skizzierten Einrichtungen zur elektromagnetischen Erregung und Messung versehen. Diese bestehen in folgendem. Auf das Rohr ist an einem Schwingungsbauch — hier in der Rohrmitte — ein Stückchen Eisen *e* (Stricknadelstück von 1 cm Länge) aufgekittet. Ein kleiner Hufeisenmagnet *m* mit Spulen (Telephonmagnet aus einem Hörtelephon von Mix & Genest in Berlin) ist auf der Schiene *c* so befestigt, daß die Magnetpole sich dicht vor dem Eisenstück befinden. Der Abstand kann durch Verschieben des Magneten geändert werden und beträgt etwa 0,5—1 mm. Schwingt das Rohr, so werden wie beim Telephon durch die periodische Annäherung und Entfernung des als Magnetanker wirkenden Eisenstückes *e* in den Magnetspulen Wechselströme von der Frequenz der Rohrschwingungen erzeugt. Diese können zu dem Hörtelephon *t* geleitet werden, wo sie den Ton des Rohres an das Ohr mitteilen.

Die ziemlich feste, durch das Magnetfeld zwischen dem Magneten *m* und seinem Anker *e* gebildete Koppelung bewirkt nun sowohl eine Vergrößerung der Dämpfung als auch eine Änderung der Frequenz der Rohrschwingungen; die Frequenz wird um so kleiner, je näher der Magnet an *e* herangerückt wird. Diese Frequenzverkleinerung beruht wahrscheinlich zum

größten Teil auf der Unsymmetrie der magnetischen Kraft, die zu der rücktreibenden elastischen Kraft des Rohres hinzukommt. Denn durch den Hinzutritt dieser neuen Kraft wird die gesamte rücktreibende Kraft, welche die Frequenz bestimmt, unsymmetrisch; und Unsymmetrie hat nach der Theorie immer eine Frequenzverkleinerung zur Folge. Die gleichzeitig stattfindende Dämpfungsvermehrung ist nicht groß genug, um die beobachtete, durch Anbringung des Magneten *m* entstehende Frequenzänderung zu erklären. Diese betrug nach besonderen Beobachtungen an dem mit Rohr 5 gleichgestimmten Rohr 8 etwa 0,1—0,2 Schwingungen in einer Sekunde; erstere Zahl gilt für ungefähr 1 mm, letztere für ungefähr 0,5 mm Abstand zwischen *m* und *e*. Wenn nun etwa die Befestigung des Rohres 5 oder des Magneten nicht hinreichend sicher war, so daß zwischen den einzelnen Versuchsreihen dieser Abstand sich ändern konnte, so kann dieser Umstand, im Verein mit der früher erwähnten Tonänderung des Rohres infolge dauernder Verbiegung bei ungenügender Stabilität der Haltevorrichtung, die in den folgenden Tabellen enthaltenen auffälligen Abweichungen zwischen den einzelnen Beobachtungszeiten erklären. Der gleiche Fehler (schwankende magnetische Beeinflussung der Schwingungszahl) kann auch bei Stimmgabeln auftreten und war vielleicht zum Teil mit wirksam, da zur besseren Wahrnehmung der Schwebungen der Stimmgabelton ebenfalls elektromagnetisch dem Ohre zugeführt wurde, indem ein zweiter Telephonmagnet in den Stromkreis eingeschaltet wurde, der dicht vor einer Zinke der gerade benutzten Stimmgabel befestigt war. In dieser Weise wurden gleichzeitig drei Stimmgabeln benutzt, die sich gegenseitig kontrollieren sollten, und deren drei Magnete nach Belieben in den Stromkreis des Magneten *m* eingeschaltet werden konnten. Zwei von ihnen, die Gabeln I und X, waren mit acht anderen zusammen fest in eine Eisenschiene eingeschraubt, die dritte, als A.K. 24 bezeichnet, war gesondert in ein schweres Stativ eingespannt. Leider ist auf eine ganz sichere, unverrückbare Befestigung von Gabel und Magnet erst geachtet worden, als ihre Notwendigkeit sich durch die Versuche selbst ergab. Die Differenzen der Schwingungszahlen der nicht magnetisch beeinflußten drei Gabeln waren vorher gemessen worden als

$$n_{\text{A.K.24}} - n_{\text{X}} = 0{,}52\,\frac{\text{Schw.}}{\text{Sek.}} \quad \text{und} \quad n_{\text{A.K.24}} - n_{\text{I}} = 2{,}62\,\frac{\text{Schw.}}{\text{Sek.}},$$

woraus folgt

$$n_{\text{X}} - n_{\text{I}} = 2{,}10\,\frac{\text{Schw.}}{\text{Sek.}},$$

während direkte Vergleichung von I und X ergab:

$$n_{\text{X}} - n_{\text{I}} = 2{,}12\,\frac{\text{Schw.}}{\text{Sek.}}.$$

Durch das Vorsetzen der Magnete ändern sich die absoluten Frequenzwerte, aber nicht um gleich viel, so daß auch die später beobachteten Differenzen von den obigen abweichen.

Tabelle 5.

Rohr 5; B = 757 mm.

t_1 vorher 18,9°; nachher 19,0°. t_1 nachher 19,0°.
t_2 „ 19,2°; „ 19,5°. t_2 „ 19,5°.

Luft			*Wasserstoff*		
Gabel I Rohrton höher	X tiefer	A.K. 24 tiefer	I höher	X höher	A.K. 24 höher
3 Schweb. in	2 Schweb. in	3 Schweb. in	10 Schweb. in	6 Schweb. in	6 Schweb. in
2,4 Sek.	2,2 Sek.	2,2 Sek.	2,4 Sek.	2,5 Sek.	3,8 Sek.
2,5	2,4	2,3	2,3	2,6	3,8
2,6	2,6	2,2	2,6	2,6	3,5
2,8	2,5	2,3	2,3	2,5	3,3
2,2	2,6	2,0	2,0	2,5	3,2
2,6	2,3	2,0	2,2	2,4	3,4
2,6	2,7	2,3	2,4	2,5	3,3
2,6	2,6	2,2	2,4	2,4	3,4
2,6	2,4	2,0	2,5	2,4	3,3
2,9	2,2	2,6	2,1	2,5	3,2
Mittel 2,58 Sek.	2,45 Sek.	2,21 Sek.	2,32 Sek.	2,49 Sek.	3,42 Sek.
$\frac{\text{Schweb.}}{\text{Sek.}}\ \nu = +1{,}163$	$-0{,}81_7$	$-1{,}35_8$	$+4{,}31_5$	$+2{,}41_0$	$+1{,}75_4$

Die Tabb. 5—7 enthalten die Beobachtungen an Rohr 5 in Luft, CO_2, H_2 und Leuchtgas in der aus Tab. 2—4 bekannten Anordnung. Nur sind bei Luft und Wasserstoff sowie bei Kohlensäure Beobachtungen mit mehreren Stimmgabeln

Tabelle 6.

Rohr 5; $B = 756$ mm.
t_1 vorher 18,9°; nachher 18,7°.
t_2 „ 19,2°; „ 19,0°.

Luft			*Leuchtgas*		*Luft*
Gabel I Rohrton höher	X tiefer	A.K. 24 tiefer	I höher	I höher	I höher
3 Schweb. in	2 Schweb. in	3 Schweb. in	10 Schw. in	10 Schw. in	3 Schweb. in
2,4 Sek.	2,6 Sek.	2,2 Sek.	4,0 Sek.	3,4 Sek.	2,7 Sek.
2,4	2,7	2,4	3,8	3,3	2,8
2,4	2,8	1,8	4,0	3,5	2,4
2,3	2,6	2,1	4,0	3,3	2,6
2,4	2,2	2,3	4,0	3,3	2,9
2,7	2,8	2,3	3,8	3,6	2,6
2,6	2,6	2,3	3,6	3,7	2,9
2,2	3,0	2,2	3,5	3,4	3,0
2,3	3,2	2,5	3,5	3,6	2,8
2,3	2,8	2,2	3,5	3,4	3,0
Mitte 2,40 Sek.	2,73 Sek.	2,23 Sek.	3,77 Sek.	3,45 Sek.	2,77 Sek.
$\frac{\text{Schweb.}}{\text{Sek.}}$ $\nu = +1{,}25_0$	$-0{,}73_3$	$-1{,}34_5$	$+2{,}65_0$	$+2{,}90_0$	$+1{,}08_3$

ausgeführt worden, die natürlich getrennt berechnet werden müssen. Die ersten Luftbeobachtungen von Tab. 6 sind etwa vier Stunden nach den letzten Wasserstoffbeobachtungen von Tab. 5 ausgeführt worden. Es ist demnach zweifelhaft, ob sie etwa noch mit den Werten von Tab. 5 kombiniert werden dürfen. Tut man dies, so erhält man für die Differenz $N_H - N_{Luft}$ sechs Einzelwerte, deren Mittel $3{,}13_3$ ergibt. Die Werte der Tab. 5 allein ergeben $3{,}16_4$, also eine um etwa 1 Proz. höhere Differenz.

Durch Kombination der ν-Werte von Spalte 1 und 4, 2 und 5, 3 und 6 der Tab. 5 und ebenso der Werte der Spalten 1, 2, 3 von Tab. 6 mit den Spalten 4, 5, 6 von Tab. 5 erhält man die sechs Differenzen $N_H - N_{Luft}$

	3,152	3,065
	3,227	3,143
	3,112	3,099
Mittel	$3{,}16_4$	$3{,}10_2$

Hauptmittel $3{,}13_3$.

Es ist wohl berechtigt, allen sechs Beobachtungsreihen gleiches Gewicht beizulegen, so daß das Hauptmittel $3{,}13_3$ als zuverlässigster Wert der Frequenzänderung anzusehen ist.

Tabelle 7.

Rohr 5; $B = 756$ mm.
t_1 vorher 18,4°; nachher 18,0°.
t_2 „ 18,7°; „ 18,5°.

Luft		CO_2		*Luft*	
Gabel I Rohrton höher	A.K. 24 tiefer	X tiefer	A.K. 24 tiefer	I höher	A.K. 24 tiefer
3 Schweb. in	3 Schweb. in	8 Schweb. in	10 Schw. in	3 Schweb. in	3 Schweb. in
2,2 Sek.	2,5 Sek.	3,3 Sek.	3,4 Sek.	2,6 Sek.	2,2 Sek.
2,2	2,5	3,2	3,4	2,5	2,0
2,3	2,2	3,3	3,0	2,8	2,3
2,5	2,6	3,2	3,3	2,8	2,1
2,0	2,3	3,0	3,1	2,8	2,0
2,2	2,4	3,2	3,2	2,6	1,9
2,2	2,1	2,8	3,0	3,0	1,8
2,2	2,8	3,0	3,0	2,9	1,9
2,2	2,2	3,4	3,0	2,9	2,0
2,2	2,3	3,0	2.8	3,0	1,9
Mittel 2,22 Sek.	2,39 Sek.	3,14 Sek.	3,12 Sek.	2,79 Sek.	2,01 Sek.
$\frac{\text{Schweb.}}{\text{Sek.}}$ $\nu = +1{,}35_2$	$-1{,}25_5$	$-2{,}54_6$	$-3{,}20_4$	$+1{,}07_5$	$-1{,}49_2$
Mittel $\nu_{\text{Luft}} = +1{,}21_4$	$-1{,}37_4$				

§ 6. Diskussion der Beobachtungen.

In Tab. 6 stimmen die beiden Beobachtungsreihen für Leuchtgas ziemlich schlecht miteinander. Es ist nicht ausgeschlossen, daß bei der ersten Reihe[1]) die Luft noch nicht vollständig von dem Gas verdrängt war. Nimmt man ohne Rücksicht hierauf das Mittel aus beiden ν-Werten ($2{,}65_0$ und $2{,}90_0$), nämlich 2,78, und kombiniert es mit dem gleich danach

1) Wie man sieht, nehmen die Zahlen dieser Beobachtungsreihe (Spalte 4 von Tab. 6) stetig ab, was auf die anfängliche Unreinheit des Gases schließen läßt.

bestimmten ν-Wert für Luft (Spalte 6) 1,08, so ergibt sich als Differenz $N_{\text{Gas}} - N_{\text{Luft}}$ der in der vorläufigen Mitteilung angegebene Wert 1,70. Vielleicht ist es aber richtiger, die erste sehr bald nach dem Einleiten des Leuchtgases begonnene Beobachtungsreihe als fehlerhaft wegzulassen, dagegen für Luft noch die kurz vorher gemachte Beobachtung (Spalte 1) mitzubenutzen. Der Mittelwert für Luft ist dann $\nu = 1{,}16_7$ und dieser gibt mit $2{,}90_0$ von Spalte 5 kombiniert die Differenz

$$N_{\text{Gas}} - N_{\text{Luft}} = 1{,}73_3,$$

also einen etwas (ca. 1,9 Proz.) größeren Wert. Damit würde die Dichtebestimmung des Leuchtgases nach Formel (1) der früheren Mitteilung den Wert $\delta_0 = 0{,}488$ statt 0,498 in wesentlich besserer Übereinstimmung mit dem mittels Rohr 4 gefundenen Wert 0,481 ergeben.[1])

Bei Kohlensäure ist mit den beiden Stimmgabeln X und A.K. 24, bei den zugehörigen Luftbestimmungen jedoch mit I und A.K. 24 beobachtet worden, weil die Zahl der Schwebungen mit X in diesem Falle zu gering war, um genaue Messungen zu erlauben. Leider ist versäumt worden, die Differenz zwischen Gabel I und X direkt so genau zu bestimmen, wie die anderen Werte; es sind nur fünf Einzelbeobachtungen dafür vorhanden, die als Differenz $N_{\text{X}} - N_{\text{I}}$ den Wert $2{,}07_2$ $\frac{\text{Schw.}}{\text{Sek.}}$ ergeben, nämlich die Werte

20 Schwebungen in	
9,6	Sekunden
9,4	„
9,4	„
10,0	„
9,9	„
Mittel: 9,66	Sekunden

$\nu = 2{,}07_2$.

Man kann nun aber auch aus den Zahlen der Tab. 7 diese Differenz berechnen. Es folgt nämlich durch Kombination der ν-Werte von Spalte 1 und 2, sowie von 5 und 6 zunächst

1) Vgl. dazu die Angaben p. 343 und 344.

$N_{A.K.\ 24} - N_I = 2{,}60_7$ (1 und 2) bzw. $N_{A.K.\ 24} - N_I = 2{,}56_7$ (5 und 6).

Das Mittel beider ist $N_{A.K.\ 24} - N_I = 2{,}58_7$

Ebenso folgt $N_{A.K.\ 24} - N_X = 0{,}65_8$ (3 und 4).

Also $N_X - N_I = 1{,}92_9 \frac{\text{Schw.}}{\text{Sek.}}$

Dieser Wert ist um $0{,}14_8 \frac{\text{Schw.}}{\text{Sek.}}$ kleiner als die direkt beobachtete Differenz und dürfte dem wahren Werte näher kommen, da auch die Tabb. 5 und 6 ähnliche Zahlen ergeben. Vielleicht ist an diesen großen Unterschieden außer den zufälligen Beobachtungsfehlern auch eine nicht genügend sichere Befestigung der Telephonmagnete vor den Stimmgabeln mit schuld. Es ist übrigens noch eine Erklärungsmöglichkeit vorhanden. Durch Vergleichung der Spalten 1 und 5 sowie 2 und 6 von Tab. 7 ergibt sich, daß der Rohrton im Laufe dieser Beobachtungsreihen tiefer geworden ist, und zwar um

$1{,}35_3 - 1{,}07_5 = 0{,}27_7 \frac{\text{Schw.}}{\text{Sek.}}$ (Spalte 1 und 5),

bzw. $1{,}49_2 - 1{,}25_5 = 0{,}23_7$ „ (Spalte 2 und 6),

im Mittel also um $0{,}25_7 \frac{\text{Schw.}}{\text{Sek.}}$, wahrscheinlich infolge Verbiegung des Rohres. Ist nun diese ganze Vertiefung oder auch nur ein Teil davon zwischen den beiden Beobachtungsreihen für CO_2 (mit Gabel X und Gabel A.K. 24) erfolgt, so würde dadurch die Zahl $v = 3{,}20_4$ in Spalte 4 zu groß ausgefallen sein, also auch die aus ihr und der Zahl $v = 2{,}54_6$ in Spalte 3 berechnete Differenz $N_{A.K.\ 24} - N_X = 0{,}65_8$. Nimmt man statt $0{,}65_8$ eine kleinere Zahl, so wird die Differenz $N_X - N_I$ größer als die oben berechnete ($1{,}92_9$) und nähert sich der direkt gemessenen $2{,}07_2$. Mangels weiterer Anhaltspunkte läßt sich nicht sicher entscheiden, welche Zahl richtiger ist. Immerhin scheint der kleineren Zahl $1{,}92_9$ die größere Wahrscheinlichkeit zuzukommen. Denn die aus Tabb. 5 und 6 sich ergebenden drei Werte der Differenz $N_X - N_I$ sind

1,980, 1,905, 1,983,

ihr Mittelwert ist $1{,}95_6$, was gut mit der Zahl $1{,}92_9$ übereinstimmt.

Je nachdem man den größeren ($2{,}07_2$) oder den kleineren Wert ($1{,}92_9$) benutzt, erhält man aus Tab. 7 zwei verschiedene

Werte für die Tonvertiefung von Rohr 5 in CO_2 gegen Luft, wenn man die Zahlen der Spalten 1, 3, 5 zur Berechnung nimmt. Mit $2{,}07_2$ wäre nämlich der Rohrton im CO_2 um $2{,}54_6 - 2{,}07_2 = 0{,}47_4$ $\frac{\text{Schw.}}{\text{Sek.}}$ tiefer als Gabel I, mit $1{,}92_9$ dagegen um $2{,}54_6 - 1{,}92_9 = 0{,}61_7$ $\frac{\text{Schw.}}{\text{Sek.}}$ tiefer als Gabel I anzusetzen. Bildet man nun weiter aus den v-Werten von Spalte 1 und 5 das Mittel $v_{\text{Luft}} = 1{,}21_4$ und kombiniert dies mit jenen beiden Werten, so erhält man als Tonvertiefung von Rohr 5 in CO_2 gegen Luft

$$\text{im ersten Fall} \quad 1{,}21_4 + 0{,}47_4 = 1{,}68_8 \ \frac{\text{Schw.}}{\text{Sek.}},$$

$$\text{im zweiten Fall} \quad 1{,}21_4 + 0{,}61_7 = 1{,}83_1 \quad \text{„} \quad .$$

Genau denselben Wert ($1{,}83_1$) wie in diesem zweiten Fall erhält man aus den Beobachtungen mit Gabel A.K. 24 allein, nämlich $3{,}20_4 - 1{,}37_4 = 1{,}83_0$ $\frac{\text{Schw.}}{\text{Sek.}}$. Aber diese beiden Zahlen sind nicht voneinander unabhängig; aus der Berechnungsweise der Differenz $1{,}92_9$ folgt, daß sie identisch sein müssen. Man hat also zur Mittelwertbildung für $N_{CO_2} - N_{\text{Luft}}$ nicht etwa drei, sondern nur zwei unabhängige Werte, $1{,}83_0$ und $1{,}68_8$. Doch kann man aus der Übereinstimmung der Zahl $1{,}92_9$ mit der aus Tab. 5 und 6 berechneten Zahl $1{,}95_6$ wohl schließen, daß der zugehörige Wert $1{,}83_0$ für die Tonvertiefung $N_{CO_2} - N_{\text{Luft}}$ genauer sein wird als der andere $1{,}68_8$. In der früheren Mitteilung ist deshalb 1,83 dafür angenommen worden. Man ist aber gewiß nicht berechtigt, die Beobachtungen mit Gabel I und X ganz beiseite zu lassen, wird sie vielmehr wenn auch mit geringerem Gewicht mit berücksichtigen müssen. Erteilt man ihnen nur das halbe Gewicht wie den anderen, so erhält man statt 1,83 die Tonvertiefung $N_{CO_2} - C_{\text{Luft}} = 1{,}78_3$, nämlich das Mittel aus $1{,}83_0$, $1{,}83_0$ und $1{,}68_8$. Es ist aus der graphischen Darstellung der Resultate in Fig. 2 leicht zu erkennen, daß dieser neue Wert sogar besser als der alte mit der Annahme linearer Abhängigkeit zwischen Frequenzänderung und Gasdichte stimmt.

Die aus den Tabb. 5—7 für Rohr 5 folgenden Frequenzänderungen sind also

$N_H - N_{Luft} = 3{,}13_3 \frac{\text{Schw.}}{\text{Sek.}}$ (aus allen Beob. abgeleitet)

oder

$N_H - N_{Luft} = 3{,}16_4$ „ (aus Tab. 5 allein abgeleitet)

$N_{Gas} - N_{Luft} = 1{,}70$ „ (alle Beob. mit Leuchtgas, aber nur die nachträgliche Luftbeob. benutzt).

oder

$N_{Gas} - N_{Luft} = 1{,}73_2$ „ (nur die zweite Leuchtgasreihe, aber die Luftbeob. vorher und nachher benutzt).

$N_{CO_2} - N_{Luft} = -1{,}88_1$ „ (nur die Beob. mit Gabel A.K. 24 benutzt).

oder

$N_{CO_2} - N_{Luft} = -1{,}78_3$ „ (Beob. mit A.K. 24 haben doppeltes Gewicht wie die mit Gabel I und X).

Für Rohr 4 folgt aus Tabb. 2—4 eindeutig

$$N_H - N_{Luft} = 3{,}50 \frac{\text{Schw.}}{\text{Sek.}}$$
$$N_{Gas} - N_{Luft} = 1{,}96 \quad „$$
$$N_{CO_2} - N_{Luft} = -2{,}03 \quad „$$

In dieser Zusammenstellung sind die auf Grund der vorhergehenden Diskussion als zuverlässigste erkannten Werte fett gedruckt und werden weiterhin allein benutzt werden.

§ 7. Abhängigkeit der Frequenzänderung von der Gasdichte.

Um die Beziehung zwischen Frequenzänderung und Gasdichte festzustellen, müßte die letztere noch für jede Versuchsreihe mit Rücksicht auf Temperatur und Druck berechnet werden. Nun ist aber aus den Angaben über den Barometerstand B in den Tabellen ersichtlich, daß in den zusammengehörenden Versuchsreihen mit Rohr 4 (Tabb. 2—4) B sich nur um 2 mm, bei Rohr 5 (Tabb. 5—7) nur um 1 mm geändert hat. Das sind Abweichungen, die wegen ihrer Kleinheit hier nicht in Betracht kommen. Man kann als gemeinschaftlichen Mittelwert für Tabb. 2—4 $B = 752$ mm, für Tabb. 5—7 $B = 756{,}5$ annehmen. Die dabei entstehende Unsicherheit beträgt im Maximum (bei Rohr 4) $^1/_{750}$.

Der Einfluß der Temperaturschwankungen ist etwas größer. Die Temperaturmittel sind für

Rohr 4		Rohr 5	
Tab. 2	$19{,}2_8°$	Tab. 5	$19{,}1_5°$
„ 3	$18{,}6_3$	„ 6	$18{,}9_5$
„ 4	$18{,}4_0$	„ 7	$18{,}4_0$
Hauptmittel	$18{,}7_7°$	Hauptmittel	$18{,}8_3°$

Die Hauptmittel sind für beide Rohre fast genau gleich, nämlich nahezu 18,8°. Die größte Abweichung der Einzelmittel hiervon beträgt nicht ganz 0,5° (bei Rohr 4, Tab. 2). Da eine Temperaturänderung um 1° C. die Gasdichte um $^1/_{273}$ ändert, so ist die Unsicherheit, welche durch Einführung der gemeinschaftlichen Temperatur 18,8° statt der Einzeltemperaturen entsteht, noch nicht $^1/_{546}$, also gegenüber der Ungenauigkeit der Schwingungsbeobachtungen zu vernachlässigen.

Nimmt man also für alle Beobachtungen mit einem und demselben Rohr gleichen Druck und gleiche Temperatur an, so vereinfacht sich die Berechnung; die wirklich benutzten Gasdichten verhalten sich zueinander wie die Normaldichten der betreffenden Gase, nur die Absolutwerte sind andere. Will man die beobachteten Frequenzänderungen als Funktion der Gasdichte darstellen, so muß man natürlich eigentlich diese Absolutwerte benutzen; setzt man jedoch statt ihrer die Normaldichten ein, die für 0° C. und 760 mm Hg-Druck gelten, wie es der Einfachheit halber in der vorläufigen Mitteilung geschehen ist, so bedeutet das nur eine Änderung der Einheit, in der die Dichte gemessen wird; in der graphischen Darstellung (vgl. Fig. 2 auf p. 87 daselbst) einfach eine Verkürzung aller Längen in der Richtung der Dichteachse. So ist z. B. die Dichteeinheit in jener Mitteilung für Rohr 4 gleich der Dichte 0,9256, bezogen auf die Dichte der Luft bei 0° und 760 mm Hg-Druck als Einheit. Mit dieser Zahl als Proportionalitätsfaktor sind also sämtliche Abszissenwerte jener Fig. 2 zu multiplizieren, damit sie die auf Luft von 0° C. und 760 mm Hg-Druck bezogene Dichte darstellen. Für Rohr 5 ist der Proportionalitätsfaktor 0,9312, also nur um etwa 0,6 Prozent verschieden. Durch diese Abszissenänderung verschiebt sich die Zeichnung in sich selbst. Beide Geraden drehen sich um ihre Schnittpunkte mit der Ordinatenachse nach unten; ihre neuen Schnittpunkte mit der Abszissenachse (0,9256 und 0,9312) liegen so dicht beieinander, daß sie in der Zeichnung

zusammenfallen. In Fig. 2 der vorliegenden Arbeit ist das neue Bild dargestellt. Die Abszissen sind darin nun die Gasdichten, bezogen auf Luft von 0° und 760 mm Hg-Druck, die Ordinaten die zugehörigen Frequenzänderungen.

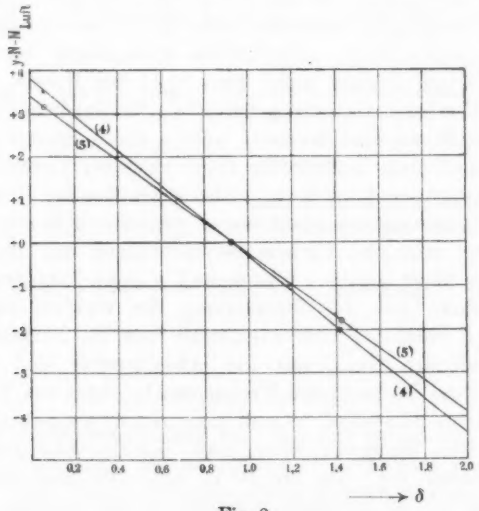


Fig. 2.

Handelt es sich darum, aus der beobachteten Frequenzänderung nicht die wirklich vorhandene Gasdichte, sondern diejenige abzuleiten, welche das betreffende Gas im Normalzustand (bei 0° und 760 mm Hg-Druck) haben würde, so ist die frühere Darstellung vorzuziehen, denn sie enthält bereits die Umrechnung auf den Normalzustand, erspart diese also. Sie ist aber natürlich nur anwendbar, wenn alle Beobachtungen bei gleichem Druck und gleicher Temperatur ausgeführt werden.

Die Fig. 2 der vorliegenden Arbeit ist übrigens nicht einfach aus der Umrechnung der für die Fig. 2 der früheren Mitteilung geltenden Werte (vgl. die Tab. auf p. 88 daselbst) hervorgegangen, sondern es sind die Werte für Rohr 5 neu berechnet worden, da aus der vorhergehenden Erörterung folgte, daß als beobachtete Frequenzänderungen teilweise etwas

andere Werte anzusetzen sind, als in der vorläufigen Mitteilung angenommen war. In der Zeichnung macht das bei dem kleinen Maßstab derselben allerdings keinen merklichen Unterschied. Indem man die in der Zusammenstellung auf p. 340 fett gedruckten Werte der Frequenzänderung benutzt, erhält man statt der Tabelle der früheren Mitteilung die

Tabelle 8.

		Frequenzerhöhung $N - N_{Luft}$				Gasdichte	
		Rohr 4		Rohr 5			
		beob. Schw. / Sek.	ber. Schw. / Sek.	beob. Schw. / Sek.	ber. Schw. / Sek.	δ_0	δ_0 ber.
Tonerhöhung	Wasserstoff: $N_H - N_{Luft}$	3,50 (0,06433)	3,51$_7$	3,18$_3$ (0,06471)	3,13$_3$	0,0695	
	Leuchtgas: $N_{Gas} - N_{Luft}$	1,96	— (0,446) (0,452)	1,73$_3$	—	—	0,481 (4) 0,485 (5)
Tontiefung	Kohlensäure: $N_{CO_2} - N_{Luft}$	−2,03 (1,4153)	−2,00	−1,78$_3$ (1,4238)	−1,78$_2$	1,5291	
	$N_{Luft} - N_{Luft}$	0 (0,9256)		0 (0,9312)		1	

Die eingeklammerten Zahlen in den Spalten 1 und 3 sind die bei den Beobachtungen vorhandenen mittels der bekannten Temperatur- und Druckwerte aus den Normaldichten δ_0 berechneten Gasdichten δ. Sie gehören zu den darüber stehenden Werten der Frequenzerhöhung $N - N_{Luft}$, die bei gleichem Druck und gleicher Temperatur beobachtet sind.

Wie früher ist nach der Methode der kleinsten Quadrate für jedes Rohr die Gerade berechnet worden, welche die beobachteten Punkte der Frequenzänderung verbindet und den linearen Zusammenhang zwischen Frequenzänderung und Gasdichte darstellt. Ist y die Frequenzänderung $N - N_{Luft}$, δ die Gasdichte, δ_{Luft} die Luftdichte bezogen auf die Normaldichte der Luft (bei 0° und 760 mm Hg-Druck) als Einheit, so lautet die entsprechende Gleichung

(1) $$y = a(\delta - \delta_{Luft}).$$

Da Druck und Temperatur bei den Beobachtungen mit einem jeden Rohr konstant waren, so kann man mit Einführung der Normaldichten δ_0 und $\delta_{0\,\text{Luft}} = 1$ schreiben

$$y = a_0(\delta_0 - \delta_{0\,\text{Luft}}) = a_0(\delta_0 - 1), \tag{2}$$

wobei

$$a_0 = a\,\delta_{\text{Luft}} \tag{3}$$

ist.[1])

Die Werte a_0 sind mit kleinsten Quadraten berechnet worden; aus ihnen dann die Werte a.

Man findet

für Rohr 4 $a_0 = -3{,}780$, $a = -4{,}084$, $(\delta_{\text{Luft}} = 0{,}9256)$,
für Rohr 5 $a_0 = -3{,}368$, $a = -3{,}617$, $(\delta_{\text{Luft}} = 0{,}9312)$.

In der früheren Mitteilung war für Rohr 5 $a_0 = -3{,}387$ berechnet worden. Mit diesen neuen Werten a_0 sind die in Spalte 2 und 4 von Tab. 8 angeführten Frequenzänderungen berechnet worden. Ihre Übereinstimmung mit den beobachteten ist bei Rohr 5 ausgezeichnet, bei Rohr 4 gut; die Differenzen betragen im höchsten Falle 1,5 Proz. Die außerordentlich große Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung bei Rohr 5 muß wohl als Zufall angesehen werden, denn nach den früheren Darlegungen (vgl. § 5 u. 6) stimmen ja die einzelnen Beobachtungen zum Teil viel weniger gut überein.

Für Leuchtgas ist die Dichte nicht als bekannt angenommen, sondern als Beispiel der Anwendung des Schwingungspyknometerverfahrens aus den beobachteten Frequenzänderungen berechnet worden. Diese Werte δ_0 finden sich in der letzten Spalte; die in Klammern beigefügten Zahlen 4 und 5 bedeuten, daß die Beobachtung mit Rohr 4 bzw. 5 ausgeführt ist. Beide Werte unterscheiden sich nur um 0,83 Proz., stimmen also wesentlich besser überein als die in der früheren Mitteilung berechneten Werte 0,481 und 0,498. Die aus den δ_0 berechneten, bei den Beobachtungen wirklich vorhandenen Leuchgasdichten δ_l sind in Spalte 2 eingeklammert angegeben.

1) a_0 und δ_0 entsprechen den in der früheren Mitteilung a und δ genannten Größen.

Aus der Übereinstimmung der Zahlen von Spalte 1 und 2, sowie 3 und 4 läßt sich schließen, *daß — mindestens in erster Annäherung — die Frequenzänderung der Dichteänderung des umgebenden Gases proportional ist.* Dieser Schluß wird durch die Theorie, die in einer folgenden Abhandlung mitgeteilt werden soll, gestützt, soweit es sich um hinreichend kleine Änderungen handelt.

§ 8. Theoretisches.

Eine einfache, allerdings nicht in das Wesen des Vorganges eindringende Theorie läßt sich auf folgende Weise gewinnen. Stellt man sich, wie in der Einleitung angegeben, vor, daß der schwingende Körper mechanisch eine ihm anliegende Schicht des umgebenden Mediums bei seinen Schwingungen mitführt, so kann man aus den Beobachtungsdaten für die Frequenzänderung die Dicke dieser Schicht berechnen. Bei den hier benutzten Hohlzylindern ist innen und außen eine solche Schicht vorhanden. Bezüglich der inneren wird man annehmen müssen, daß ihre Dicke gleich dem Innenradius des Zylinders ist, mit anderen Worten, daß die gesamte innen eingeschlossene Gasmasse als Ganzes wie ein fester elastischer Körper an der Bewegung teilnimmt. Ihre Masse ist somit leicht zu berechnen. Nimmt man weiter an, daß sich auch die äußere Schicht wie eine mit dem Rohr dauernd verbundene feste Hülle bewegt, so wird die Rechnung sehr einfach. Man hat dann den von W. Elsässer[1]) behandelten Fall eines querschwingenden Stabes, der aus parallelen Schichten von verschiedenem Material besteht. Die Schwingungsgleichung eines solchen unterscheidet sich in der Form nicht von der eines homogenen Stabes und läßt sich in derselben Weise wie diese durch eine kleine Verallgemeinerung des Verfahrens herleiten. Nur die Konstanten erhalten andere Werte.

Die Bewegungsgleichung des homogenen Stabes mit konstantem Querschnitt lautet in der vereinfachten, durch Vernachlässigung der Drehbewegungen entstandenen Form[2])

---

1) W. Elsässer, Über Transversalschwingungen von Röhren. Inaug.-Diss. Marburg 1886.

2) Vgl. z. B. Lord Rayleigh, Theory of Sound, Bd. I, § 162 ff., oder A. Kalähne, Grundzüge d. math.-phys. Akustik, Bd. II, Nr. 44 ff.

$$\varrho\, q \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + E K \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0 \tag{2}$$

oder

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + b^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0, \qquad b^2 = \frac{E K}{\varrho q}. \tag{2a}$$

Hierin ist ϱ die Dichte, q der Querschnitt, E der (Youngsche) Elastizitätsmodul, $K = \int y^2 \, dq$ das Flächenträgheitsmoment eines Querschnitts in bezug auf die Drehungsachse des Querschnitts, die hier durch die Stabachse geht und senkrecht auf ihr steht; t ist die Zeit, x die längs der Stabachse gerechnete Abszisse, die Ordinate y ist die Elongation der Schwingung. Das allgemeine Integral y ist die Übereinanderlagerung von vier Partikularintegralen, nämlich zwei Kreisfunktionen (sin und cos) und zwei Hyperbelfunktionen (Sin und Cof) desselben Argumentes $m_j x/l$, diese Summe noch multipliziert mit einer Kreisfunktion (sin oder cos) des Zeitargumentes

$$\frac{m_j^2}{l^2} b\, t = \frac{m_j^2}{l^2} \sqrt{\frac{E K}{\varrho q}}\, t;$$

also

$$\left\{ \begin{array}{l} y = \\ \left[\mathfrak{A} \sin \frac{m_j x}{l} + \mathfrak{B} \cos \frac{m_j x}{l} + \mathfrak{C}\, \mathfrak{Sin} \frac{m_j x}{l} + \mathfrak{D}\, \mathfrak{Cof} \frac{m_j x}{l} \right] \sin \frac{m_j^2}{l^2} b\, t. \end{array} \right. \tag{3}$$

Hier ist l die Länge des Stabes, m_j eine Zahl (Frequenzparameter), die von der Ordnungszahl j der Partialschwingung abhängt; j kann irgendein ganzzahliger positiver Wert sein. Die praktische Grundschwingung eines Stabes mit zwei freien (oder zwei festen) Enden erhält man für $j = 2$, sie besitzt zwei Knoten im Abstand 0,224 l von jedem Ende. Die sekundliche Schwingungsfrequenz des j^{ten} Teiltons ist

$$N_0^{(j)} = \frac{m_j^2}{2\pi l^2} b = \frac{m_j^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{E K}{\varrho q}}. \tag{4}$$

Besteht der Stab aus parallelen Schichten von verschiedener Dichte ϱ und verschiedener Elastizität E, so treten an die Stelle von $E K$ und ϱq die Summen

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum E K = E K + E' K' + E'' K'' + \ldots, \\ \sum \varrho q = \varrho q + \varrho' q' + \varrho'' q'' + \ldots, \end{array} \right. \tag{5}$$

wo q, q', q'' die einzelnen Teile des Querschnittes, $K, K' \ldots$ die zugehörigen Flächenträgheitsmomente sind. Die Form der Querschnitte q, q', q'' ist beliebig.

Im Falle eines Rohres mit gasförmigen Hüllen sind die Elastizitätsmoduln derselben $E' = E'' = 0$; die Dichten $\varrho'' = \varrho'$, wenn innen und außen dasselbe Gas unter gleichem Druck ist, sind einander gleich. Es wird also

$$N^{(j)} = \frac{m_j^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{E K}{\varrho q + \varrho' (q' + q'')}} \,. \tag{6}$$

Die ungestrichenen Größen E, K, ϱ, q gelten für den festen Klangkörper mit dem ringförmigen Querschnitt q.

Um die Formeln auf solche mitgeführten Gasschichten anwenden zu können, muß man annehmen, daß diese Schichten genau die Länge des festen Stabes (Rohres) haben und überall gleich dick sind. Die erste Voraussetzung ist wohl nicht streng, aber doch sehr annähernd erfüllt. Dafür spricht der Umstand, daß die Tonintensität plötzlich sehr stark abnimmt, wenn man längs des Rohres mit einem Hörschlauch entlang gehend über das Rohrende nach außen hinausgelangt. Die mitschwingende Gassäule muß also im wesentlichen die Länge des Rohres haben. Für eine Veränderlichkeit des Querschnittes dieser Schicht längs des Stabes liegt kein Anlaß vor; also ist wohl die zweite Voraussetzung auch als erfüllt anzusehen.

Zur Unterscheidung der Werte für verschiedene Gase soll der Name oder das chemische Symbol des Gases als Index beigefügt werden, z. B. $N_{CO_2}^{(j)}$, ϱ'_{CO_2} usw. $N_0^{(j)}$ bedeutet die Frequenz im Vakuum, wo also $\varrho' = 0$ ist.

Aus (4) und (6) folgt, wenn man der Einfachheit wegen den oberen Index j, der konstant zu halten ist, wegläßt:

$$\begin{cases} N = N_0 \sqrt{\dfrac{\varrho q}{\varrho q + \varrho' (q' + q'')}} = N_0 \dfrac{1}{\sqrt{1 + \dfrac{\varrho' (q' + q'')}{\varrho q}}} \\ \quad = N_0 \left[1 - \dfrac{1}{2} \dfrac{\varrho' (q' + q'')}{\varrho q} + \dfrac{3}{8} \dfrac{\varrho'^2 (q' + q'')^2}{\varrho^2 q^2} - \ldots \right] . \end{cases} \tag{7}$$

Mit Weglassung der quadratischen und höheren Glieder der Reihe erhält man also die relative Frequenzänderung:

$$\frac{N_0 - N}{N_0} = \frac{1}{2} \frac{\varrho' (q' + q'')}{\varrho q} \,. \tag{8}$$

Hiernach würde also in Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen die Frequenzänderung der Gasdichte proportional sein, vorausgesetzt, daß die Querschnitte q' und q'' der mitgeführten Gasschichten bei verschiedenen Gasen denselben Wert haben.

Der durch Vernachlässigung der höheren Glieder entstehende Fehler im Werte der relativen Frequenzänderung beträgt das Anderthalbfache des Gliedes erster Ordnung in (7), also $\frac{3}{4}\frac{\varrho'(q'+q'')}{\varrho\, q}$ oder nahezu $\frac{3}{2}\frac{N_0 - N}{N_0}$; und zwar ist die Frequenzänderung, nach (8) berechnet, um diesen Betrag zu groß. Berechnet man aus (8) die Querschnittssumme $q' + q''$, so wird sie im gleichen Verhältnis zu klein; die anzubringende Korrektion ist daher

$$+\frac{3}{2}\frac{N_0 - N}{N_0}(q' + q'').$$

Also wird, korrigiert,

$$(9)\quad \begin{cases} q' + q'' = \dfrac{2\varrho\, q}{\varrho'}\dfrac{N_0 - N}{N_0} + \dfrac{3\varrho\, q}{\varrho'}\dfrac{(N_0 - N)^2}{N_0^2} \\ \qquad\qquad = \dfrac{2\varrho\, q}{\varrho'}\dfrac{N_0 - N}{N_0}\left[1 + \dfrac{3}{2}\dfrac{N_0 - N}{N_0}\right]. \end{cases}$$

Bei den mitgeteilten Versuchen wurde der Grundton mit $j = 2$ benutzt. Die Werte $N_0 - N_{\text{Luft}}$ ergeben sich aus der Formel (1) durch Extrapolation, indem man $\delta = 0$ setzt, zu

$$(10)\quad \begin{cases} N_0 - N_{\text{Luft}} = +\,3{,}780 \quad \text{(Rohr 4)}, \\ N_0 - N_{\text{Luft}} = +\,3{,}368 \quad \text{(Rohr 5)}. \end{cases}$$

Mit den durch Vergleichung mit Normalstimmgabeln festgestellten Absolutwerten von N_{Luft} erhält man

$$(11)\quad \begin{cases} N_0 = 362{,}68 + 3{,}780 = 366{,}46\,\dfrac{\text{Schw.}}{\text{Sek.}} \quad \text{(Rohr 4)}, \\ N_0 = 509{,}40 + 3{,}368 = 512{,}77 \quad \text{,,} \quad \text{(Rohr 5)}. \end{cases}$$

Diese Zahlen müssen allerdings auf die erste Dezimale abgekürzt werden, die bereits um einige Einheiten unsicher ist, weil die Schwingungszahl der benutzten Normalgabeln nicht genauer bekannt war.

§ 9. Querschnitt der scheinbar mitgeführten Gasschicht.

Aus den Zahlen von (10) und den Werten der Frequenzerhöhung gegen Luft in Tab. 8 erhält man die Frequenzänderungen gegen das Vakuum.

Tabelle 9.

Rohr 4; $q' = 12{,}07$ qcm; $N_0 = 366{,}5 \frac{\text{Schw.}}{\text{Sek.}}$

	$N_0 - N$	$q' + q''$	q''	$(q' + q'')_{\text{korr.}}$	$q''_{\text{korr.}}$
Wasserstoff ϱ'	0,280 (0,00008317)	22,90	10,83	22,93	10,86
Leuchtgas ϱ'	1,82 (0,0005762)	21,49	9,42	21,67	9,60
Luft ϱ'	3,780 (0,001196)	21,49	9,42	21,87	9,80
Kohlensäure ϱ'	5,81 (0,001830)	21,60	9,53	22,18	10,11

Tabelle 10.

Rohr 5; $q' = 5{,}375$ qcm; $N_0 = 512{,}8 \frac{\text{Schw.}}{\text{Sek.}}$

	$N_0 - N$	$q' + q''$	q''	$(q' + q'')_{\text{korr.}}$	$q''_{\text{korr.}}$
Wasserstoff ϱ'	0,235 (0,00008366)	9,243	3,868	9,249	3,874
Leuchtgas ϱ'	1,635 (0,0005843)	9,208	3,833	9,252	3,877
Luft ϱ'	3,368 (0,001204)	9,207	3,832	9,298	3,923
Kohlensäure ϱ'	5,151 (0,001841)	9,209	3,834	9,347	3,972

Sie sind in Tabb. 9 u. 10 in Spalte 2 angegeben; darunter stehen in Klammern die zugehörigen Gasdichten ϱ' bezogen auf Wasser als Einheit. Nach Gleichung (8) bzw. (9) sind hiermit die Querschnitte $q' + q''$ der mitschwingenden Gasschichten berechnet. Spalte 3 enthält die unkorrigierten Werte nach (8), Spalte 5 die korrigierten nach (9); q' bedeutet den Querschnitt der inneren, q'' den der äußeren Gasschicht.

Da im Innern des Rohres das Gas nicht seitlich ausweichen kann, so muß man wohl annehmen, daß dort die ganze Gasmasse mitschwingt, daß also q' gleich dem Querschnitt des Rohrinnern ist. Durch Subtraktion dieses aus den Rohrdimensionen leicht zu berechnenden Wertes q' von der

Summe $q' + q''$ erhält man die in Spalte 4 bzw. 6 angegebenen Querschnitte q'' der äußeren Gasschicht. Sie sind für alle Gase fast genau gleich und von der Größenordnung des Rohrquerschnitts q'. Bei beiden Rohren ist q'' nahezu gleich $\frac{3}{4} q'$.

Die Abweichungen der für verschiedene Gase bei demselben Rohr gefundenen q'' voneinander betragen im Höchstfalle bei Rohr 4: unkorrigiert ca. 13 Proz., korrigiert ca. 11 Proz.; bei Rohr 5: unkorrigiert ca. 1 Proz., korrigiert ca. 2,5 Proz. Dabei ist zu berücksichtigen, daß nur die Werte für Wasserstoff stärker von den anderen abweichen, daß aber gerade diese am unsichersten sind, da die der Berechnung zugrunde liegende Frequenzänderung gegen das Vakuum $N_0 - N_H$ sehr klein und deshalb mit weit größerer (10 bis 20 mal so großer) Unsicherheit behaftet ist wie die übrigen. Da die Vakuumfrequenzen N_0 der beiden Rohre nicht direkt gemessen, sondern aus den Beobachtungen unter Annahme linearer Abhängigkeit zwischen Frequenz- und Dichteänderung nach Gleichung (1) extrapoliert sind, so sind diese Zahlen nicht sehr sicher. Eine geringe Neigungsänderung der die Beobachtungen darstellenden Geraden in Fig. 2, die den Absolutwert N_0 nur unwesentlich ändert, bewirkt aber in $N_0 - N_H$ schon eine bedeutende relative Änderung, während die dadurch erzeugte relative Änderung der übrigen Differenzen $N_0 - N_{Luft}$ usw. viel kleiner ist. Man muß daher die mit Wasserstoff berechneten q''-Werte bei der Beurteilung der Genauigkeit ausschalten, wodurch die Übereinstimmung der Resultate sehr viel besser wird.

Es läßt sich also schließen, daß die Frequenzänderung, welche durch Umhüllung des schwingenden Rohres mit einer Gasatmosphäre entsteht, durch die Formel (7) bzw. bei genügender Kleinheit der Änderung durch (8) dargestellt wird, wenn man $q' + q''$ einen, von der Natur des Gases unabhängigen, nur von den Rohrdimensionen und der Schwingungsfrequenz abhängigen Wert beilegt. Welcher Art diese Abhängigkeit ist, geht aus dieser einfachen Theorie nicht hervor; der Zahlenwert von $q' + q''$ muß daher hier aus den Versuchen selbst abgeleitet werden.

Die hier vorgetragene Theorie kann nur als ziemlich unvollkommen gelten. Denn die Vorstellung, die ihr zugrunde liegt, daß gewissermaßen scharf nach außen abgegrenzte Gasschichten fest mit dem Körper verbunden mitschwingen, ist eine recht rohe oder vielmehr sie ist nur der summarische Ausdruck gewisser aus der Hydrodynamik folgender Gesetzmäßigkeiten, die bei der Bewegung fester Körper in Flüssigkeiten auftreten. Eine rationelle Theorie der beobachteten Frequenzänderung muß die von dem schwingenden Körper erzeugte Schwingung in der umgebenden Flüssigkeit und die von ihr auf den Körper ausgeübte Rückwirkung in Rechnung stellen. Diese Rückwirkung, die von der Flüssigkeit auf den Körper ausgeübte Gegenkraft ist es, welche die Frequenzänderung erzeugt; denn sie addiert sich zu der elastischen Kraft, welche die Eigenschwingungen des Körpers unterhält, und ändert dadurch die Größe dieser Kraft, die zusammen mit der Masse bzw. dem Trägheitsmoment des Körpers dessen Schwingungsfrequenz regelt.

Um das vorliegende Problem in diesem Sinne zu behandeln, muß man es in ein zweidimensionales verwandeln, indem man sich das schwingende Rohr durch Aneinanderfügung unendlich vieler gleicher und in gleicher Phase schwingender Rohre nach beiden Seiten hin ins Unendliche verlängert denkt. Das Rohr stellt dann gewissermaßen eine unendlich lange Seite mit einer besonderen Schwingungsfigur dar. Die Behandlung dieser Aufgabe ist einer nachfolgenden Arbeit vorbehalten. Das Ergebnis, das hier vorweg genommen sei, ist eine Formel von der Form der obigen Gleichung (7) für die Frequenzänderung bei jeder Teilschwingung. Man erhält also eine scheinbare Vergrößerung der Masse des schwingenden Rohres genau in der hier vorausgesetzten Form.

Zusammenfassung.

1. Es wird die Frequenzänderung (Tonänderung) untersucht, welche leichte schwingende (tönende) Körper durch Umgeben mit verschiedenen Gasatmosphären erleiden.

2. Als tönende Körper (Klangkörper) werden dünnwandige Aluminiumröhren benutzt, die in zwei Knotenpunkten befestigt, Querschwingungen wie massive Stäbe ausführen.

3. Die Frequenzänderung ist in erster Annäherung (bei genügender Kleinheit der Änderung) der Dichte bzw. Dichteänderung proportional und unabhängig von der besonderen chemischen Natur des Gases.

4. Die Theorie der Querschwingungen eines aus parallelen Schichten verschiedenen Materials zusammengesetzten Stabes, auf diesen Fall (Stab mit Gasschicht) angewandt, ergibt eine mit der Erfahrung übereinstimmende Formel zur Berechnung der Frequenzänderung aus der Gasdichte.

Danzig-Langfuhr, Technische Hochschule, Mai 1914.

(Eingegangen 26. Mai 1914.)

2. *Untersuchungen über stehende Hertzsche Wellen in Luft. Ein Beitrag zur Frage nach der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen in Luft und an Drähten;*

von Martin Sjöström.

Einleitung.

§ 1. Während der experimentellen Vorarbeiten zu einem früheren Aufsatz konnte ich mit einem sehr empfindlichen stabförmigen Resonator schön ausgebildete stehende elektromagnetische Wellen vor einer dicken Ziegelwand in meinem Laboratoriumszimmer messen, die sogar zur Bestimmung der Wellenlänge (λ) des Oszillators verwendet werden konnten.[1])

Ich fand indessen gleichzeitig, daß der Abstand zwischen dem Oszillator (O) und der Mauer einen ungeheuer großen Einfluß auf den Abstand zwischen Bäuchen und Knoten der stehenden Welle hatte, zumal wenn O horizontal orientiert war, und daß die berechnete Wellenlänge in gewissen Fällen sich von dem beobachteten Werte um mehr als 20 Proz. unterschied.

Der Anlaß hierzu schien mir der zu sein, daß mehrere Wellen, die direkte Welle von O her und die am Fußboden und Decke sowie an der Mauer reflektierten Wellen, mit verschiedenen Phasen interferierten und so zur Entstehung der recht komplizierten Interferenzkurve führten. Eine flüchtige Prüfung älterer Arbeiten über λ-Bestimmungen mit nicht allzu kurzen Wellen zeigte, daß dort gleichfalls ähnliche Abweichungen zu verspüren waren wie die, welche ich bei Spiegelung gegen ein Dielektrikum und der Messung der stehenden Welle mittels eines linearen Resonators erhalten hatte.

1) M. Sjöström, Ann. d. Phys. **42**. p. 1549. 1913.

Ich beschloß daher, der Hertzschen Spiegelmethode zur Bestimmung der Wellenlänge eine Prüfung zu widmen, sobald es mir möglich würde, einen hinreichend großen planen Metallspiegel zu erhalten.

§ 2. In vorliegendem Aufsatz werden nun die Ergebnisse einer experimentellen Untersuchung über diese bisher übersehenen Abweichungen bei Wellenlängebestimmungen nach der Hertzschen Methode mit Ausmessung der stehenden Welle bei senkrechter Inzidenz gegen einen großen Metallspiegel mitgeteilt.

In § 4 werden solche anomal ausgebildete Interferenzkurven, die unter etwas verschiedenen Verhältnissen erhalten worden sind, beschrieben.

Die Erklärung dieser Anomalien wird in §§ 5 und 6 gegeben.

Es wird danach die Bedingung aufgestellt, die erfüllt werden muß, damit die Hertzsche Methode, praktisch genommen, hinreichend sichere Wellenlängewerte ergeben soll (§ 8), und angegeben wie aus einer deformierten Kurve der wahre Wert zu entnehmen ist (§ 9). Die Wellenlänge wird im § 10 mit vertikalem Oszillator bestimmt.

Ein geschichtlicher Rückblick zeigt, von welch durchgreifender Bedeutung diese Störungen in älteren experimentellen Arbeiten mit freien Hertzschen Wellen gewesen sind. Von diesen werden nur ein paar Untersuchungen, die eine absolute Bestimmung der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen in Luft oder einen direkten Vergleich mit derselben an Drähten abzielen, erörtert. Es stellt sich heraus, daß sie mit Fehlern behaftet sind, die der vorliegenden Untersuchung gemäß in der Richtung gehen, daß die Geschwindigkeit der elektrischen Wellen in Luft im allgemeinen größer zu sein scheint als an Drähten (§ 7 und §§ 11 bis 15).

Die Versuche sind im physikalischen Institut der Universität Upsala ausgeführt worden. Es sei mir gestattet, dem Präfekten des Instituts, Hrn. Prof. G. Granqvist, für das Interesse und das große Entgegenkommen, das er mir bei der Durchführung der Arbeit gezeigt hat, meinen herzlichen Dank auszusprechen.

Versuchsanordnung.

§ 3. Die Untersuchung wurde in demselben Zimmer (10,1 m lang, 7,5 m breit, 3,77 m hoch) ausgeführt wie die zitierte vorhergehende.[1]) Der Oszillator war derselbe. Bei dem Resonator war das alte Thermokreuz durch ein neues Eisen (0,02 mm) — Konstantan (0,02 mm) ersetzt worden.

Etwa 1 m vor der einen Querwand K_2 war ein Stanniolspiegel (340 × 485 cm) aufgehängt.[2]) Er war auf folgende Weise hergestellt. Auf feinster ungebleichter Leinwand, die an einer Holzwand aufgespannt worden war, wurde ungeleimtes Druckpapier aufgeklebt und auf diesem mittels Weizenmehlkleisters 0,01 mm dickes Stanniol so befestigt, daß die Papierfläche vollständig bedeckt wurde. Drei solche Stücke zu je 350 × 165 cm wurden angefertigt und ca. 2 Wochen lang gut trocknen gelassen, bevor sie abgenommen wurden. Nachdem die Längsseiten bis zum Stanniol hin beschnitten worden, wurden die Stücke nebeneinander mit der einen Schmalseite zwischen zwei mit Stoff bekleideten Holzleisten festgespannt, welch letztere mittels Schnüren, die über Räder an der Decke liefen, in die Höhe gezogen werden und den oberen Rand des Spiegels ca. 35 cm von der Decke entfernt wohlgespannt halten konnten. Unten auf dem Fußboden lag ein Holzbalken, und an diesem wurde mittels Reißnägel der untere Teil des Stanniolspiegels befestigt. Schließlich fand sich hinter dem Spiegel ein weites Holzleistenwerk, über dem die Spiegelbahnen noch weiter seitlich gespannt werden konnten. Auf diese Weise hatte ich einen vollständig reflektierenden Planspiegel für die elektromagnetischen Wellen erhalten, der ein unbedeutendes Gewicht hatte, leicht aufgestellt oder heruntergenommen werden konnte, und der demnach weit hantierlicher war als die sonst für derartige Zwecke gebräuchlichen schweren Zinkspiegel.

Vor dem Spiegel in der Mittellinie des Zimmers, ungefähr mitten zwischen Fußboden und Decke (190 cm vom Fußboden entfernt) wurde der horizontale Oszillator von einem 2 m langen schmalen horizontalen Holzarm getragen, der senk-

1) l. c.

2) Betreffs der Bezeichnungen sei auf die angeführte Arbeit verwiesen.

recht zu den Antennen des Oszillators stand und der seinerseits an einem 2 m hohen vertikalen Holzstab befestigt war. Der Resonator stand auf einem anderen dünnen Holzstativ, gleichfalls 190 cm über dem Fußboden. Die Stative, mit Fernrohr und Skalen, sowie der Wasserstoffzylinder standen in der Ecke zwischen der Querwand K_1 und der Längswand L_2, von wo der Tisch, der dort früher seinen Platz gehabt hatte, entfernt worden war. Die beiden d'Arsonvalschen Galvanometer standen auf einem Holzstativ 4 m von den Ablesungsfernrohren entfernt und dicht neben der Längswand L_2. Im übrigen war alles unverändert und ebenso angeordnet wie bei der obenerwähnten früheren Arbeit.

Interferenzkurven, aufgenommen mit dem horizontalen Oszillator und einem abgestimmten Resonator.

§ 4. Figg. 1, 2, 3, 4 zeigen vier Beobachtungsreihen von Interferenzkurven, aufgenommen unter etwas verschiedenen Verhältnissen und für zwei verschiedene Wellenlängen. Als Abszisse ist der Abstand zwischen Resonator und Spiegel $(R-S)$ eingetragen, als Ordinate der Galvanometerausschlag (α).

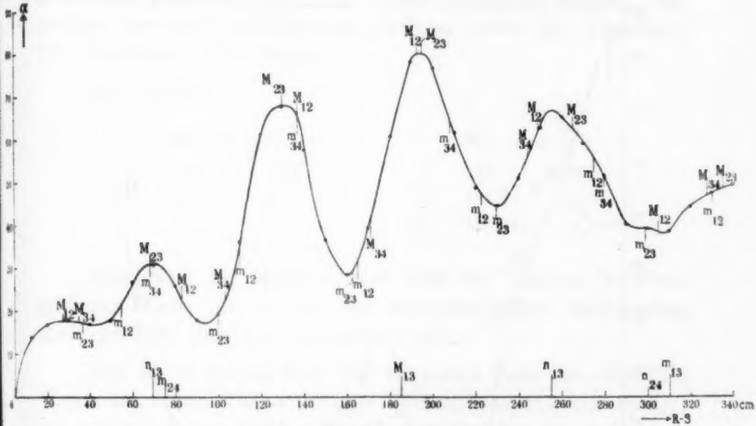
Fig. 1 ist erhalten worden, als der Abstand zwischen dem 52,5 cm Oszillator und dem Spiegel $(O-S) = 526$ cm war und der Resonator, der mit O abgestimmt war, die Länge 51,4 cm hatte.

Fig. 2 stellt das Messungsergebnis für dieselben O und R dar, nachdem aber $O-S$ auf 326 cm vermindert worden war.

Figg. 3 und 4 beziehen sich auf den 40,3 cm-Oszillator und den mit diesem abgestimmten Resonator (Länge = 39 cm), als $O-S$ 326 bzw. 526 cm betrug.

Betrachten wir zunächst Fig. 1. Die Intensität der stehenden Welle ist am geringsten nach dem Spiegel zu, also das gerade Gegenteil von dem, was die Theorie für den Fall erwarten läßt, daß eine plane oder nicht allzu stark sphärische Welle von gedämpfter Sinusform unter senkrechtem Einfall an einem planen Metallspiegel reflektiert wird. Wird der Abstand zwischen dem Resonator und dem Spiegel $(R-S)$ vermehrt, so erhalten wir immer deutlicher ausgebildete periodische Variationen der Intensität. Der Unterschied zwischen

dem Maximum und dem Minimum wird immer schärfer markiert. Nachdem das Kulmen bei $R - S = 200$ cm passiert worden, nimmt die Intensität wieder ab.



$O = 52{,}5$ cm, $O - S = 526$ cm.

Fig. 1.

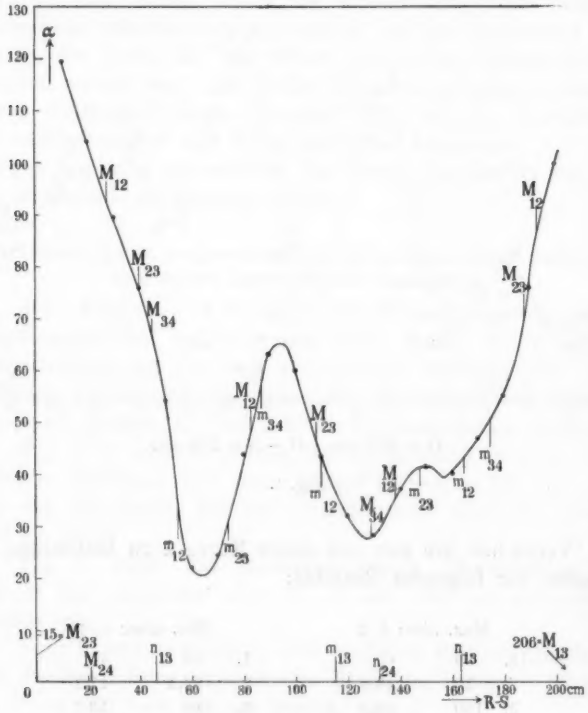
Versuchen wir nun aus dieser Kurve λ zu bestimmen, so erhalten wir folgendes Resultat:

Max.	also: $\lambda/2$	Min.	also: $\lambda/2$
[1. 30	60]	1. 43	43
2. 70	46,6	2. 94,5	47,3
3. 130	50,2	3. 160	53,3
4. 194	55,7	4. 230	57,5
5. 255	56,7	5. ca. 300	60,0

Anstatt einen konstanten Wert von λ zu erhalten, wie die Theorie verlangt, ergibt sich ein deutlicher Gang in der Reihe der Werte des aus den betreffenden Maxima und Minima berechneten λ, und zwar so, daß den inneren Maxima und Minima kleine λ-Werte, den äußeren, die größere Intensität haben, immer größere Werte entsprechen. Sehen wir von

dem äußerst schwach markierten ersten Minimum und Maximum ab[1]), so ergibt sich als Mittelwert für $\lambda/2$ 52,3 cm.

Fig. 2, die mit denselben O und R, aber bei $O-S=$ 326 cm erhalten worden ist, zeigt große Intensität nach dem



$O = 52{,}5$ cm, $O - S = 326$ cm.

Fig. 2.

Spiegel zu, sowie kräftig ausgebildete Maxima und Minima mit abnehmender Intensität, wenn man vom Spiegel weiter weg-

1) Dies hat stets z. B. Hammer tun müssen (vgl. unten p. 372), weil seine Anordnung zu unempfindlich gewesen ist, als daß er diese nahe am Spiegel belegenen schwachen Maxima und Minima hätte nachweisen können.

rückt. Eine derartige Kurve wäre man auf den ersten Blick hin versucht für störungsfrei zu erklären, um so mehr als die aus den bezüglichen Maximum- und Minimumlagen berechneten λ-Werte eine ziemlich gute Übereinstimmung aufzuweisen scheinen, wenn man von dem letzten Minimum absieht, das infolge des steil aufsteigenden Zweiges nach dem Oszillator hin verschoben sein könnte.

Man findet:

Max.	also:	$\lambda/2$	Min.	also:	$\lambda/2$
2.	94	62,7	1.	64	64
3.	150	60	2.	127,5	63,8
			3.	157,5 (?)	52,8 (?)

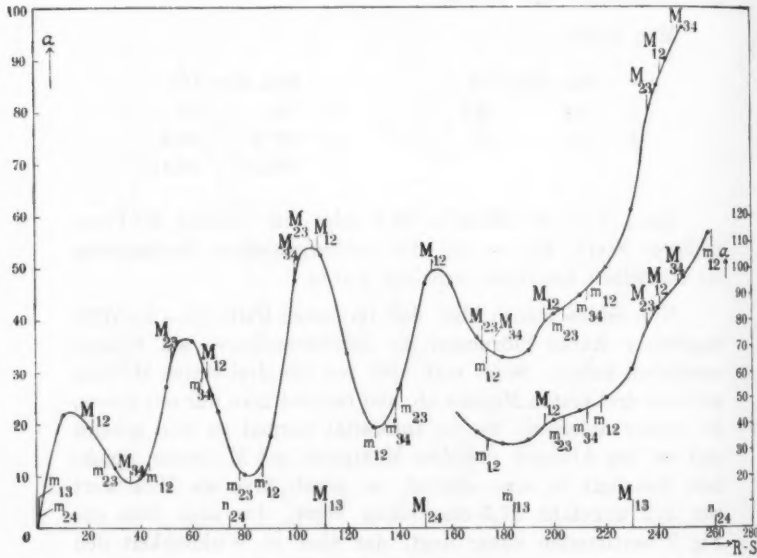
Also: $\lambda/2$ im Mittel = 62,4 oder um nahezu 20 Proz. größerer Wert, als er bei der vorhergehenden Bestimmung für denselben Oszillator erhalten wurde.

Nun ist es jedoch klar, daß im ersten Falle ($O - S = 526$) ungeheuer starke Störungen die Interferenzkurve am Spiegel verdorben haben. Sieht man also von den drei ersten Maxima und den drei ersten Minima ab, und rechnet man nur mit denen, die weiter abliegen, wo die Intensität normal zu sein scheint und wo der Abstand zwischen Maximum und Minimum gleichfalls konstant zu sein scheint, so erhält man als Mittelwert von $\lambda/2$ ungefähr 57,5 cm, einen Wert, der also dem aus Fig. 2 bestimmten näher liegt, der aber in Wirklichkeit den wahren Wert von $\lambda/2$ gleich 55,1 cm (vgl. p. 368) *um ca. 4 Proz. übersteigt.*

Fig. 3, die mit $O = 40{,}3$ cm und $R = 39$ cm sowie bei $O - S = 326$ cm bestimmt worden ist, scheint einen mit Fig. 1 analogen Verlauf der Interferenzkurve darzubieten: größere Intensität in einem Abstande von ungefähr zwei bis drei halben Wellenlängen von dem Spiegel, danach abnehmende. Die Deformation scheint hier unbedeutend zu sein, bemerkenswert ist aber, daß nach dem vierten Maximum die Kurve plötzlich aufhört, um bei 244 wieder ein schwaches Maximum zu bekommen.

Die bez. Maxima und Minima ergeben folgende Werte von $\lambda/2$:

Max. also: $\lambda/2$			Min. also: $\lambda/2$		
[1.	12,5	25]	1.	36	36
2.	58	38,7	2.	82,5	41,8
3.	107	42,8	3.	131,5	43,5
4.	155	44,3	4.	183,5	45,9
5.	197	43,8	5.	225	45,0
6.	238	44,3			

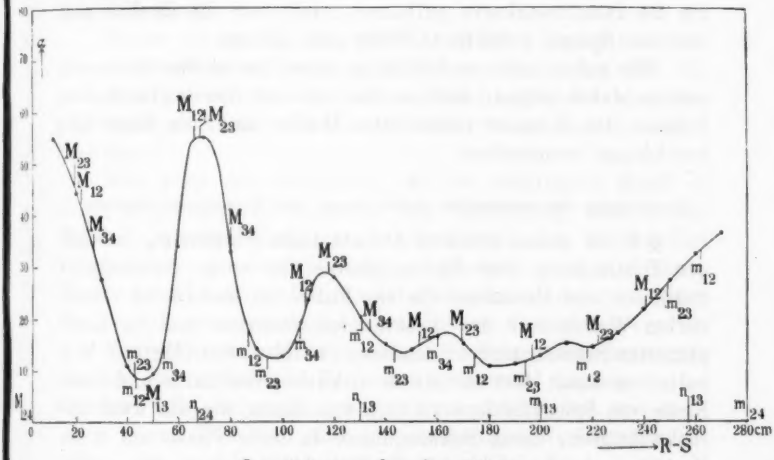


$O = 40{,}3$ cm, $O - S = 326$ cm.

Fig. 3.

Wir finden wieder wie in Fig. 1 nahe dem Spiegel kleine λ-Werte in Verbindung mit geringer Intensität, weiter ab größere Werte und größere Intensität, zuletzt wieder kleine Werte. Der Gang in den Werten ist hier weniger ausgesprochen als in Fig. 1, die Variation liegt aber in allen Fällen zwischen 36 und 45,9 cm, wenn man von dem ersten Maximum absieht, das aus bekannten Gründen stets falsch liegt, wenn die Reflexion der Welle an Metall geschieht. Es ist aus dieser Reihe von $\lambda/2$-Werten unmöglich zu ersehen, welcher der wahrscheinliche ist.

Nebenbei mag erwähnt werden, daß ich bei den p. 353 zitierten Versuchen gefunden habe, daß bei Reflexion an Dielektrikum (der Steinwand K_2) das erste Maximum in einem Abstand von der spiegelnden Fläche gleich $\lambda/4$ liegt, was mit der Anschauung Lindmans [1]) betreffs der Ursache zur Verschiebung des ersten Maximums bei Metallreflexion in gutem Einklang steht.



$O = 40{,}3$ cm, $O - S = 526$ cm.

Fig. 4.

Fig. 4 ist mit denselben O und R wie Fig. 3, aber bei $O - S = 526$ cm erhalten worden. Nahe dem Spiegel große Intensität, die weiter weg abnimmt. Eigentümlich ist hier, daß das zweite Maximum größer als das erste ist, und daß die Interferenzkurve um $O - S = 250$ herum so gut wie verlöscht zu sein scheint.

Wird $\lambda/2$ aus den Maximum- und Minimumlagen berechnet, so erhält man folgende Serie:

Max.	also:	$\lambda/2$	Min.	also:	$\lambda/2$
2.	69	46,0	1.	46,5	46,5
3.	116	46,4	2.	97	48,5
4.	163,5	46,7	3.	147,5	49,0
5.	211	47,0	4.	184	46,0
			5.	219	43,8

1) K. F. Lindman, Ann. d. Phys. 7. p. 824. 1902.

Werden bei der Mittelwertsberechnung nur die inneren, deutlich markierten Maxima und Minima berücksichtigt, so ergeben die ersteren beinahe völlig *übereinstimmend* als Wert von $\lambda/2$ 46,4 cm, die letzteren 48,0, d. h. durchschnittlich $\lambda/2 = 47{,}2$, ein Wert, der jedoch um nahezu *10 Proz. größer* ist als der richtige: $\lambda/2 = 43{,}6$ cm (vgl. unten p. 368).

Aus dem oben Angeführten ist es klar, daß die Wellen, die die Interferenzkurve aufbauen, nicht *nur* die direkte und die vom Spiegel reflektierte Welle sein können.

Wir gehen nun zur Erklärung dieser Anomalien über und werden dabei zeigen, daß es eben die an den begrenzenden Flächen des Zimmers reflektierten Wellen sind, die diese Abweichungen verursachen.

Erklärung der anomalen Ausbildung der Interferenzkurven.

§ 5. In einem früheren Aufsatz habe ich gezeigt, daß bei der Bestimmung der Resonanzkurve für einen horizontalen Oszillator und Resonator die von Fußboden und Decke reflektierten Wellen mit der direkten interferierten und zu komplizierten Schwingungsverhältnissen im Resonator führten. Wir hatten es somit dort mit einem wirklichen Oszillator und einer Reihe von Spiegelbildern zu tun, von denen wir nur zwei berücksichtigten, deren Schwingungen in ihrer Phase um π im Verhältnis zu denjenigen im Oszillator verschoben waren. Mit denselben Störungen haben wir natürlich auch im vorliegenden Falle zu rechnen, hier ist aber die zu berücksichtigende Anzahl der Oszillatoren eine noch größere. Für die folgende Behandlung können wir uns, da O und R mitten zwischen Fußboden und Decke liegen, mit folgenden begnügen:

1. dem wirklichen Oszillator im Abstande y_1 von R;
2. dem Spiegelbild des Oszillators im Metallspiegel, im Abstande y_2 von R;
3. zwei Spiegelbildern von 1 an Fußboden und Decke, im Abstande y_3 von R;
4. zwei Spiegelbildern von 2 an Fußboden und Decke, im Abstande y_4 von R.

Wir vernachlässigen demnach Spiegelbilder höherer Ordnung sowie das Spiegelbild an der Schmalwand K_1, teils weil sie von drei Fenstern durchbrochen ist, wo somit die Reflexion

$= 0$ ist, teils weil die wegen des großen Abstandes relativ schwachen Wellen, die von dieser ausgehen, von sehr geringer Bedeutung am Spiegel gegenüber denen sind, die von den oben aufgezählten Oszillationszentren herrühren. Die Spiegelbilder an den Längswänden vernachlässigen wir u. a. deshalb, weil sie ziemlich weit von R abliegen und außerdem in schräger Richtung gegen R strahlen, wodurch ihr Einfluß noch weiter reduziert wird.

Ferner ist zu beachten, daß die Welle 1 und die beiden zusammenwirkenden Wellen 4 in Phase miteinander sind, da ja 4 durch zwei Reflexionen entstanden ist, 2 und 3 aber, die gleichfalls in Phase miteinander sind, wo π nach 1 und 4 schwingen.

Man kann nun berechnen, wie die elektrische Kraft in einem gegebenen Punkt unter der Einwirkung aller dieser Wellen variieren wird, man würde danach den thermischen Integraleffekt in dem Resonator berechnen und auf diese Weise die Gleichung für die Interferenzkurve erhalten, aber die Rechnungen würden lang und schwer übersehbar werden.

Wir wollen uns daher mit folgender Betrachtung begnügen, die, auf das vorliegende Beobachtungsmaterial angewandt, im einzelnen die Anomalien zu erklären vermag und uns auch einen weiten Überblick über die eigenartigen Verhältnisse gewährt, die bei Laboratoriumsversuchen das Studium dieser kurzen Wellen komplizieren.

Fig. 5 gibt ein schematisches Bild davon, wie die Abstände (y) von den betr. Oszillatoren 1 ... 4 zu R variieren, wenn $R - S = x$ sich verändert (die Abstände sind in λ gerechnet). Für $R - S = 0$, d. h. in der Spiegelfläche selbst, sind $y_1 = y_2$ und $y_3 = y_4$. Nimmt $R - S$ zu, so nimmt y_2 längs einer geraden Linie r_2 zu, die einen Winkel von 45^0 mit der Abszissenachse bildet, und y_1 nimmt längs einer zu r_2 senkrechten Linie ab, bis $y_1 = 0$ ($R - S = a = O - S$) geworden ist. Für $R - S > a$ wird $r_1 \parallel r_2$. Nur für $R - S < a$ haben wir somit eine stehende Welle, entstanden durch Zusammenwirken zweier Wellen mit entgegengesetzter Bewegungsrichtung. y_3 und y_4 schließlich variieren längs zwei Hyperbeln, die r_2 und r_1 zu Asymptoten haben (vgl. Fig. 5). Nun ist ferner zu beachten, daß der Winkel zwischen r_1 und $r_2 = 90^0$ innerhalb des Gebietes ist,

wo wir die Interferenzkurve bestimmt haben, dagegen ist der Winkel zwischen den Tangenten der Hyperbeln für dasselbe x stets $< 90^0$ und sinkt für $R - S = a$ nahezu auf 45^0 hinab.

Fänden sich nur die Wellen 1 und 2, so würde eine Verschiebung des R von $x = 0$ auf $x = \lambda/2$ bewirken, daß die Wellen in entgegengesetzter Phase miteinander wiederkehrten

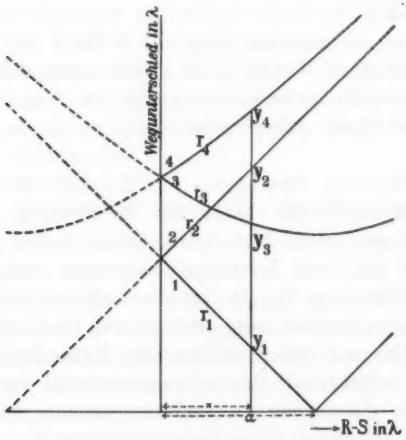


Fig. 5.

und 1 durch 2 ausgelöscht würde. Wie wird nun die Interferenzkurve modifiziert, wenn 3 und 4 hinzukommen?

Die Wellen 1 und 3 schwächen einander, wenn $y_3 - y_1$ eine gerade Anzahl $\lambda/2$ ist, verstärken dagegen einander, wenn $y_3 - y_1$ eine ungerade Anzahl $\lambda/2$ ist. Diese Maxima (M_{13}) und Minima (m_{13}) werden im allgemeinen langgestreckt (vgl. Fig. 5).

Ganz analog mit 1 und 3 geben auch 2 und 4 recht langgestreckte Maxima und Minima. Die des letzteren Systems liegen jedoch noch weiter voneinander ab als die des ersteren, da ja für denselben x y_4 weiter vom Vertex abliegt als y_2. Es muß aber bemerkt werden, daß, wenn der Spiegel klein ist, die Welle 4 nur in der nächsten Nähe vom Spiegel vorkommen kann.

Die Welle 3 kommt in vielen Fällen, insbesondere für große $R - S$, an den Resonator so weit nach 1 heran, daß 1, obwohl ihre Initialamplitude größer als die von 3 war, dennoch infolge der starken Dämpfung, die rasch ihre Stärke vermindert, nicht so starke Interferenzphänomene mit 2 zu geben vermag wie die Welle 3.

Die Wellen 3 und 4 schließlich sind beide infolge einer Reflexion am Dielektrikum ungefähr gleich geschwächt, sie sind nicht sehr verschieden lange Wege gegangen und können deshalb auch zu einem Interferenzsystem Anlaß geben.

Dann werden aber die weiter vom Spiegel abgelegenen Maxima und Minima hauptsächlich von den Systemen (2,3) und (3,4) (vgl. Fig. 5) gebildet und liegen folglich in immer weiterem Abstande voneinander als die des Systems (1,2), da ja der Winkel zwischen r_2 und r_3 bzw. r_3 und r_4 kleiner ist als der Winkel zwischen r_1 und r_2, und immer kleiner wird, je näher x an a heranrückt.

Die Systeme (1,2), (2,3) und (3,4) bilden also eine resultierende Kurve mit einer ganz anderen Verteilung von Maxima und Minima, als wie sie das einfache System (1,2) mit Maxima und Minima in konstanten Abständen ergeben würde.

§ 6. Wir haben deshalb zu erwarten, daß in gewissen Abständen vom Spiegel die Interferenzkurve ganz besonders stark markiert sein muß, nämlich dort, wo es gleichzeitig eintrifft, daß (1,3) und (2,4) Maximum haben, denn dort geben auch (1,2) und (2,3) bei demselben $R - S$ Maxima bzw. Minima. Vgl. Fig. 3 um $R - S = 80—140$ herum; Fig. 4 von $R - S = 0$ bis gegen 90 hin.[1])

Trifft ein m_{13} mit einem m_{24} zusammen, muß die Kurve dort kleine Intensität haben und keine deutlichen Interferenzmaxima und -minima zeigen, weil dann z. B. M_{12} mit m_{23} zusammenfällt. Vgl. Fig. 1 gegen $R - S = 0$; Fig. 3 gegen $R - S = 0$; Fig. 4 um $R - S = 210$.

Dort wo die Phasendifferenz zwischen 1 und 2, 3 und 4 gleich $\pi/2$ (n_{12} bzw. n_{34}) ist, werden die Lagen der resultierenden Maxima und Minima zwischen die der Systeme (1,2) und

1) Bei der Berechnung der resp. Maxima- und Minimalagen sind die § 10 erhaltenen wahren λ-Werte verwendet worden.

(2,3) fallen. Wenn dann M_{23} ein M_{12} sehr nahe kommt, wird *der* Gipfel hoch und die danebenliegenden Minima deutlich markiert. Vgl. Fig. 1 $R - S = 194$; Fig. 3 $R - S = 107$; Fig. 4 $R - S = 69$.

Die Figg. 1 bis 4 liefern somit einen unzweideutigen Beweis dafür, daß die Betrachtungsweise, deren wir uns hier bedient haben, auf eine völlig befriedigende Weise den anomalen Verlauf der beobachteten Interferenzkurven zu erklären vermag.

§ 7. Ist der Oszillator nun so eingestellt im Verhältnis zum Spiegel, daß ein M_{13} nahe diesem liegt, so wird die Interferenzkurve dort kräftig, weil M_{12} mit M_{23} dann übereinstimmen. Weiter vom Spiegel ab kommen die M_{23} aber 0 immer näher zu liegen als die M_{12} (vgl. Fig. 5). Die resultierenden Maximum sind deshalb weiter voneinander und vom Spiegel als es der wahren Wellenlänge entspricht. Die Kurve wirkt als ob sie ausgedehnt wäre (vgl. Figg. 2 u. 4).

Wenn dagegen ein m_{13} bei dem Spiegel liegt, fallen z. B. M_{12} mit m_{23} zusammen. Die Knoten und Bäuche von (2,3) rücken aber schneller vom Spiegel als die von (1,2). Wenn die resultierenden Interferenzen hervortreten, liegt daher auf der Spiegelseite von M_{12} ein M_{23}, so daß der resultierende Gipfel dem Spiegel näher liegt als es $\lambda/2$ entsprechen würde (Figg. 1 u. 3). Es liegt aber auf der Hand, daß eine Interferenzkurve, die kleinere Intensität am Spiegel als weiter weg hat, von Störungen deformiert ist. Daher wird eine solche wohl meistens verworfen. Der Oszillator wird dem Spiegel genähert, die Störungen werden übersehen (M_{13} am Spiegel, vgl. Fig. 4 und p. 362) und der Wellenlängenwert wird zu groß. Oder auch, die innersten Maxima und Minima bleiben unbeobachtet von dem mit nicht sehr empfindlichen Instrumenten ausgerüsteten Physiker, wodurch die zu kleinen $\lambda/2$-Werte, die dort erhalten werden, in dem Mittelwert wegfallen, in welchem sie sonst die aus den weiter ab deutlich wahrnehmbaren Maximum- und Minimumlagen berechneten zu großen Werte kompensieren würden.

Die Störungen bewirken also, daß die λ-Bestimmungen im allgemeinen zu große Werte liefern.

§ 8. Damit eine gegebene Interferenzkurve ohne weiteres einen Schluß auf die Größe der Wellenlänge erlauben soll, ist es daher notwendig, daß 3 und 4 (Fig. 5) weit von der Abszissenachse ab, 1 und 2 dagegen nahe derselben liegen, sowie daß nur die dem Spiegel nächstbelegenen Maxima und Minima bei der Berechnung berücksichtigt werden. Der Oszillator darf demnach nicht allzu weit vom Spiegel stehen, dagegen in großem Abstande von Fußboden und Decke.

Eine solche Kurve erfüllt dann die notwendige Bedingung für eine einwandfreie Wellenlängebestimmung nach der Hertzschen Methode, daß *der erste Knoten in der Spiegelfläche liegt, und daß der Abstand zwischen mehreren sukzessiven Bäuchen und Knoten konstant ist, d. h. die aus den betreffenden Maxima und Minima berechneten λ-Werte müssen innerhalb der Grenzen der unvermeidlichen Messungsfehler übereinstimmen.*

§ 9. Erfüllt eine experimentell gefundene Kurve nicht diese Forderung, sind aber die Abweichungen nicht allzu groß, so kann man, wenn die reflektierenden Flächen nicht allzu unzweckmäßig liegen, auf die oben dargelegte Weise ungefähr berechnen, wie die Störungen gewirkt haben, man erhält so Aufschluß darüber, welche Knoten und Bäuche annähernd richtig liegen. Diese geben einen neuen Wert der Wellenlänge und man wird dann durch *sukzessive Approximation zu einem für viele Zwecke hinreichend sicheren Wert der Wellenlänge gelangen* (näheres hierüber vgl. §§ 14 u. 15).

Interferenzkurven mit vertikalem Oszillator.

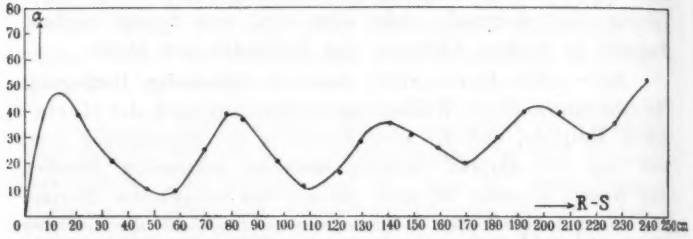
§ 10. Wenn *O* und *R* vertikal sind, übernehmen die Wände die hauptsächliche Rolle spiegelnder Flächen. Fußboden und Decke geben zwar zu Spiegelbildern Anlaß, teils aber ist der Reflexionskoeffizient kleiner für senkrecht zur Einfallsebene polarisierte Wellen, teils wird der Energiestrom zum Resonator hin in schräger Richtung gehen und dadurch schwächer werden.

Es ist deshalb zu erwarten, daß eine Interferenzkurve, mit vertikalem *O* und *R* aufgenommen, die Bedingungen des vorigen Paragraphen leidlich entsprechen wird.

Ich teile hier das Messungsresultat von zwei Kurven

mit, die je für sich auch recht übereinstimmende Werte von λ zeigen.

Die Kurve Fig. 6 ist für den 52,5 cm-O abgemessen als $O - S = 404$ cm war und R vertikal in 190 cm Höhe von dem in meiner vorigen Arbeit, p. 1551, beschriebenen Holzstative



Interferenzkurve für den vertikalen 52,5 cm-Oszillator.

Fig. 6.

getragen wurde. Wenn die kleine Verschiebung der Maxima und Minima infolge des Ansteigens der Interferenzkurve mit wachsendem $R - S$ berücksichtigt wird, erhält man die folgenden Werte von $\lambda/2$:

Max.		$\lambda/2$	Min.		$\lambda/2$
2.	82	54,7	1.	55	55
3.	138	55,2	2.	110	55,0
4.	194	55,4	3.	167	55,6
			4.	220	55,0

Der Wert der halben Wellenlänge des 52,5 cm-O ist also 55,1 cm.

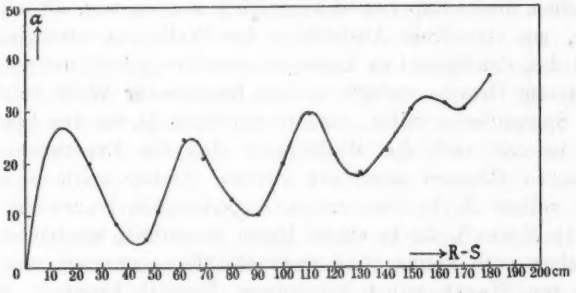
Die Interferenzkurve Fig. 7 des 40,3 cm-O ($O - S = 335$ cm) ergibt:

Max.		$\lambda/2$	Min.		$\lambda/2$
2.	65	43,3	1.	43,5	43,5
3.	109	43,6	2.	88	44,0
4.	153	43,7	3.	131	43,6

Die halbe Wellenlänge des 40,3 cm-O beträgt daher 43,6 cm.

Diese zwei Werte von $\lambda/2$ der angewandten Oszillatoren sind den Berechnungen § 6ff. zugrunde gelegt.

Ich will nun mit einigen Beispielen aus der Literatur zeigen, welch bedeutenden Einfluß die in diesem Aufsatz klargestellten Störungen tatsächlich auf die Resultate einer Menge älterer experimenteller Arbeiten mit Hertzschen Wellen gehabt haben. Diejenigen Arbeiten, die dabei besonders deutlich in die Augen fallen und besonders intim von ihnen berührt werden müssen, sind die Untersuchungen über die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen in Luft und an Drähten.



Interferenzkurve für den vertikalen 40,3 cm-Oszillator.

Fig. 7.

Untersuchungen über die Geschwindigkeit der elektromagnetischen Wellen in Luft und an Drähten.

§ 11. Der Theorie gemäß muß die Ausbreitungsgeschwindigkeit in Luft und an schmalen Drähten aus einem guten Leiter, z. B. Kupfer, gleich der Lichtgeschwindigkeit sein. Die experimentellen Untersuchungen, die eine direkte Vergleichung mit Wellen derselben Wellenlänge durchzuführen versuchten, haben als Resultat ergeben, daß die Geschwindigkeit in Luft größer ist als an Drähten; diejenigen, die darauf abzielen die Geschwindigkeit in Luft absolut zu bestimmen, haben ergeben, daß diese ungefähr gleich der Lichtgeschwindigkeit ist.

Um eine so große Intensität der Welle wie möglich und dadurch sichere Resultate zu erhalten, hat man stets Wellen von zwei- bis dreimal so großer Länge wie diejenigen angewandt, die bei meinen oben referierten Versuchen zur Verwendung kamen; es ist da aber auch klar, daß die eigen-

artige Einwirkung der von mir gefundenen Störungen bei derartigen Versuchen *dort* ganz besonders stark hervorgetreten sein müssen.

§ 12. Hertz[1]) fand durch Experimente, daß die Geschwindigkeit in Luft ca. $^7/_4$ mal so groß war als an einem geraden Draht, ein Resultat, das er selbst für äußerst unwahrscheinlich erklärte, und dem er nie eine entscheidende Bedeutung beilegen wollte. Er meinte, daß der Raum, in welchem dieses Experiment ausgeführt worden war, allzu klein war, um eine freie Ausbildung der Wellen zu ermöglichen, und daß der Spiegel zu kleine Dimensionen gehabt hatte. Aus letzterem Grunde verlegte er den Knoten der Welle nicht in die Spiegelfläche selbst, sondern ein Stück hinter den Spiegel. Er betonte auch die Wichtigkeit, daß die Experimente in größeren Räumen angestellt würden. Daher wollte er auch mit vollem Recht den ersten Experimenten Sarrasin und de la Rives[2]), die in einem Raum ausgeführt worden waren, welcher noch kleiner und unzweckmäßiger gewesen war als der von Hertz selbst bei seinem Versuch benutzte, keine größere Beweiskraft zuerkennen[3]), trotzdem sie als Resultat ergaben, daß die Geschwindigkeit in Luft ebenso groß war wie an Drähten, ein Verhältnis, von dessen Richtigkeit Hertz auch überzeugt war.

Durch Poincarés Hinweis und Sarrasin und de la Rives, Troutons u. a. Untersuchungen wurde es auch klar, daß die Spiegeldimensionen nicht zu klein gewählt werden durften, ja, man hat in Wirklichkeit der Auffassung zugeneigt, daß es so gut wie ausschließlich die zu kleinen Spiegeldimensionen gewesen sind, die die Abweichungen der Experimente von der Theorie verursacht haben. Lindman[4]) hat den Hertzschen Versuch mit Wellen von 10 mal so kleiner Länge und mit einem Spiegel von 10 mal so kleiner Länge und Breite wie der, den Hertz benutzt hatte, wiederholt. Er

1) H. Hertz, Wied. Ann. **34.** p. 609 ff. 1888.
2) E. Sarrasin und L. de la Rive, C. R. **112.** p. 658.
3) H. Hertz, Untersuchungen über die Ausbreitung der elektrischen Kraft. p. 13 ff. Leipzig 1892.
4) K. F. Lindman, Ann. d. Phys. **7.** p. 824. 1902.

fand auch analoge Abweichungen wie Hertz, aber nur ungefähr halb so große. Meines Erachtens ist demnach der übrige Teil der Abweichungen bei den Hertzschen Versuchen der störenden Einwirkung des Raumes zuzuschreiben, die in der gleichen Richtung gegangen ist wie im oben diskutierten Falle Fig. 4.

§ 13. Unter Anwendung eines sehr großen Zinkspiegels und kürzerer Wellen führten Sarrasin und de la Rive[1]) in dem großen Maschinensaal des Rhonewasserwerks in Genf ihre bekannten Untersuchungen über „Interférence des ondulations électriques etc." aus. Sie fanden, daß die Geschwindigkeit in Luft gleich der Geschwindigkeit an Drähten war. Die Abweichungen waren jedoch bedeutend (z. B. $\lambda/2$ ber. = 2,80 m, beob. = 3,00 m) und haben ihren Grund nicht so sehr in der sogenannten multiplen Resonanz als vielmehr in den Störungen, die ich in der vorliegenden Untersuchung nachgewiesen habe. Man betrachte z. B. Pl. X, Figg. 1 und 2, in der Abhandlung der genannten Autoren. Die beiden Kurven sind mit demselben Resonator und so gut wie mit demselben Oszillator aufgenommen, aber für 1 ist $O - S = 15$ m, für 2 ist $O - S =$ 18 m. Erstere zeigt einen einigermaßen normalen Verlauf, für letztere ist dagegen die Intensität der stehenden Welle geringer am Spiegel und nimmt weiter von demselben ab zu (also analog den oben gefundenen Kurven Figg. 1 u. 3). Dieses bemerkenswerte Verhältnis erwähnen Sarrasin und de la Rive, p. 374, jedoch ohne eine Erklärung dafür liefern zu können. Dasselbe zeigen Figg. 10 u. 11. Pl. XI, Fig. 1, bietet ein anderes Beispiel für den Einfluß der Störungen; das 3. Maximum ist fast vollständig ausgelöscht, das 4. aber beginnt bereits deutlich hervorzutreten usw. Zu einer eingehenden Analyse eignen sich diese Kurven nicht, unter anderem weil O und R nicht aufeinander abgestimmt gewesen sind.

§ 14. Sarrasin und de la Rives Untersuchungen sind indessen mit großer Sorgfalt von M. Hammer[2]) mit empfindlicheren Anordnungen und in der Absicht wiederholt worden,

1) E. Sarrasin und L. de la Rive, Arch. de Genève (3) **29**. p. 358 ff. und 442 ff. 1893.

2) M. Hammer, Untersuchungen über Hertzsche stehende Schwingungen in Luft. Diss. Halle 1909; Verh. d. deutsch. phys. Ges. **13**. p. 27. 1911.

alle Fehlerquellen zu vermeiden von denen man annehmen konnte, daß sie den älteren Bestimmungen anhafteten. Das Resultat, zu dem Hammer gelangte, war, daß die Geschwindigkeit in Luft 1—1,5 Proz. größer ist als an Drähten, diese Differenz beruht aber seiner Ansicht nach möglicherweise darauf, daß der reflektierende Schirm zu klein war, denn bei Reflexion gegen einen kleineren Schirm wurde der Unterschied noch größer. Ich will nicht bestreiten, daß dies betreffs der größeren Wellenlängen zutreffen kann, für die kürzeren dürfte es kaum der Fall sein, der wichtigsten Störungsquelle aber, der Reflexion von Fußboden und Decke, mit der dadurch entstehenden Deformation der Interferenzkurve, hat Hammer nicht die bedeutende Rolle beigemessen, die sie wirklich bei diesen Versuchen spielt.

Sämtliche Kurven, die Hammer in seiner Dissertation mitteilt, zeigen deutliche Spuren dieser Störungen. Auf Taf. V und III, Fig. 2 u. a., bemerkt man sogar die Stelle, wo die von Fußboden und Decke reflektierte Welle eine Intensitätsverstärkung bei der direkten Welle verursacht (bevor der Spiegel aufgestellt worden war). Auf Taf. III, IV und V finden sich mehrere solcher Fälle vertreten, wo die Intensität nach dem Spiegel hin so gering gewesen ist, daß die Interferenzkurve dort nicht hat nachgewiesen werden können, sondern erst weiter ab aufgetreten ist (vgl. oben p. 358). Die Werte von $\lambda/2$, die aus den betreffenden Maxima und Minima in den Beobachtungsreihen auf p. 41—51 berechnet werden, zeigen auch einen derartigen deutlichen Gang in den Werten, wie ich ihn durch Beispiele belegt habe. Hammer hat zwar die Wirkungen dieser Störungen beobachtet und diskutiert (vgl. Diss., p. 47), er vermutet aber, daß sie nur bewirken, daß die Gipfel der übergelagerten Interferenzkurve (1,2) eine Verschiebung erfahren haben, bedingt durch das Interferenzsystem (1,3). Hammer hat mit anderen Worten nicht die ständig fortlaufende Verschiebung der Maxima und Minima der Interferenzkurve (1,2) erkannt — und demgemäß natürlich auch nicht dafür korrigiert — die durch die Überlagerung der Interferenzsysteme (2,3) und (3,4) eintritt, und die dahin wirkt, daß $\lambda/2$ einen zu großen Wert erhält, wenn nämlich die Untersuchungsmethode nicht eine sehr empfindliche Me-

thode für quantitative Messungen ist, z. B. eine solche, wie ich sie bei meinen Versuchen benutzt habe, in welchem Falle aus den dem Spiegel nächstbelegenen Maxima und Minima von schwacher Intensität auch beträchtlich zu kleine Werte erhalten werden können.

Daß Hammers Resultate einen mit den Forderungen der Theorie einigermaßen übereinstimmenden Wert für die Geschwindigkeit in Luft und an Drähten ergeben, beruht darauf, daß er bei der Mittelwertsberechnung sowohl zu große als auch zu kleine Werte zur Verfügung gehabt hat, und daß er dann durch gewisse Überlegungen zu einer Entscheidung darüber zu gelangen versucht hat, welche Werte wahrscheinlich zu groß und welche zu klein waren. Ein solches Verfahren muß aber mit Notwendigkeit allzu willkürlich ausfallen und muß mit Wahrscheinlichkeit in der Richtung mißweisen, daß die Geschwindigkeit in Luft größer erhalten wird als an Drähten.

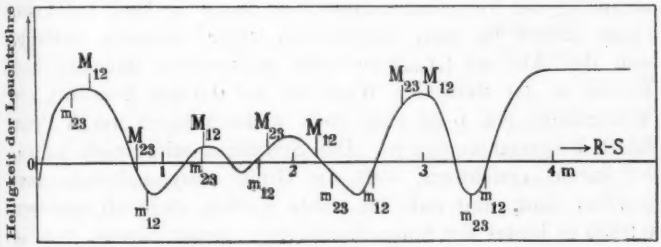


Fig. 8.

Ich will mit einem Beispiel (Diss., p. 49, Taf. IV, Fig. 3) dies beleuchten. Hammer findet, daß die Minima der Reihe nach die folgenden Werte von $\lambda/2$ ergeben: 96,3, ca. 80, ca. 82, 84,2, und die Maxima die Werte: 85, 89,3, 78,4, 84,2, und er schließt daraus, daß $\lambda/2 = 87$ cm ist. Von diesem Werte ausgehend, habe ich berechnet, wie die Störungen in diesem Falle wirken müssen. Die beigefügte Fig. 8 zeigt völlig deutlich den Anlaß für die starke Deformation der Kurve. Die beiden Interferenzsysteme (1, 2) und (2, 3) löschen einander in ungefähr 2 m Abstand vom Spiegel fast aus, das letzte Minimum aber (bei $R - S = 336{,}7$ nach Hammer) muß

ungefähr richtig, nur etwas nach dem Spiegel zu verschoben, liegen. Alle übrigen Maxima und Minima liegen vollständig falsch.

Da die Störungswellen zusammen ungefähr dieselbe Intensität wie die direkte Welle haben (vgl. die Verhältnisse um $R-S = 2$ m herum) und $m_{12} - m_{23} =$ ca. 11 cm ist, so habe ich angenommen, daß das beobachtete Maximum um ca. 5,5 cm korrigiert werden muß, d. h. daß das vierte m_{12} bei 342,2 cm liegen muß. Hieraus berechnet sich $\lambda/2 = 85{,}6$ cm und das Verhältnis $\varepsilon =$ halbe Wellenlänge durch Umfang des Resonators $= 1{,}076$ so gut wie vollständig übereinstimmend mit dem Werte $\varepsilon = 1{,}08$, den Hammer bei der Bestimmung mit Wellen an Drähten erhalten hat. *Dies spricht also dafür, daß die Geschwindigkeit in Luft innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler gleich der Geschwindigkeit an Drähten ist.*

§ 15. Zum Schluß will ich noch einen von Mac Lean[1]) sehr sorgfältig ausgeführten Versuch einer absoluten Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit in Luft anführen. Diese Arbeit ist sehr interessant, unter anderem deshalb, weil der Abstand ($\Delta_{\text{obs.}}$) zwischen sukzessiven Bäuchen und Knoten in der stehenden Welle bis auf 0,5 mm konstant, die Wellenlänge (ca. 6 m) aber doch wahrscheinlich um 3 Proz. falsch bestimmt worden ist. Daß Störungen mitgespielt haben, ist daraus ersichtlich, daß die Gipfel unsymmetrisch ausgebildet sind, und daß der nullte Knoten nicht an, sondern 0,3290 m hinter der Spiegelfläche liegt, ferner daraus, daß die aus den betreffenden Maxima und Minima berechneten $\lambda/2$ nicht einen konstanten Wert ergeben, sondern einen deutlichen Gang aufweisen (vgl. die Tabelle).

Berechnet man unter Anwendung von Mac Leans Wert $\lambda/2 = 5{,}915$ m, wo die verschiedenen Interferenzsysteme, die wir berücksichtigt haben, ihre Maxima und Minima haben, so wird es klar, weshalb der Abstand zwischen Bäuchen und Knoten in der resultierenden Kurve konstant ist, ihre Lage im Verhältnis zum Spiegel aber doch ein unrichtiges Maß für λ abgibt. Das System (2,3) hat nämlich seine Maxima und Minima näher dem Spiegel als (1,2). Je größer aber $R-S$

1) Mac Lean, Phil. Mag. (5) 48. p. 115. 1899.

wird, um so mehr nähern sie sich einander, und für $R - S = 7{,}0650$ muß der Fehler recht klein sein. Seine Größe kann, wenn auf die Lage vorhergehender resultierender Maxima und Minima im Verhältnis zu der der berechneten Rücksicht genommen wird, auf ca. 10 cm geschätzt werden. Der wahrscheinlich richtige Wert von λ ist dann 5,732 m. Wird die Berechnung der Lage der Extrempunkte der beiden Interferenzsysteme nun auf diesen λ-Wert basiert, so werden in Wirklichkeit auch Punkte erhalten, die zwischen sich die beobachteten einschließen (vgl. Tabelle). Die resultierenden Maxima und Minima liegen denen von (1,2) näher als denen von (2,3), was darauf hindeutet, daß die Intensität bei (1,2) hier größer ist als bei (2,3). Approximativ scheint man ansetzen zu können:

$$\text{Resultierende } M\text{- bzw. } m\text{-Lage} = \frac{(2,3) + 1{,}8\,(1,2)}{2{,}8}.$$

Max. und Min. obs.	$\therefore \frac{\lambda}{2}$	$\Delta_{\text{obs.}} = \frac{\lambda}{4}$	(2,3)	(1,3)	Max. und Min. ber.	$\Delta_{\text{ber.}}$
115,00	230,00	147,90	65	143	115,1	146,4
262,90	262,90	147,85	217,5	286	261,5	147,1
410,75	273,83	147,88	370	430	408,6	149,9
558,63	279,31	147,87	532,5	573	558,5	150,0
706,50	282,60		695,0	716,5	708,5	

Aus der Tabelle geht hervor, daß die von mir berechneten Maximum- und Minimumlagen recht gut mit den gefundenen übereinstimmen, und daß die Differenzen ($\Delta_{\text{ber.}}$) zwischen den berechneten demnach ungefähr = 148 cm sind. Wird $\lambda/2$ für den 0ten Knoten extrapoliert, so findet man in der Tat auch denselben Wert wie Mac Lean, nämlich 32,5 cm. Alles deutet daher darauf hin, daß $\lambda/2$ von Mac Lean ein ca. 3 Proz. zu großer Wert zuerteilt worden ist. Da er dennoch die Geschwindigkeit $= 2{,}991 \cdot 10^{10}$ erhalten hat und alles darauf hindeutet, daß die Geschwindigkeit der Wellen auch ca. $3 \cdot 10^{10}$ ist, so muß die Schwingungszeit ca. 3 Proz. zu groß sein, was meines Erachtens sehr wohl der Fall sein kann. Diese wurde nämlich durch Photographieren des Funkens eines etwas

größeren Oszillators von denselben relativen Massen ($T_2 = 4{,}12382 \cdot 10^{-7}$) bestimmt. Hiernach wurde aus dem Verhältnis zwischen den Dimensionen der beiden Oszillatoren berechnet, um wieviel kürzer die Schwingungszeit für den kleineren sein mußte. Es ergab sich für ihn $T_1 = 1{,}976 \cdot 10^{-8}$. Der mögliche Fehler bei T_2 beläuft sich aber bereits auf einige Prozent[1]), wozu unter anderem kommt, daß die Berechnung der Selbstinduktionsänderung beim Übergang von dem einen Oszillator zu dem anderen ziemlich schwierig sein muß, da ja die Drähte kurz sind und der Strom von sehr hoher Frequenz ist.

Jedenfalls ergibt sich aus dem Vorhergehenden klar, daß die Genauigkeit, die der Mac Leansche Wert für die Geschwindigkeit der freien elektromagnetischen Wellen auf den ersten Blick hin zu besitzen scheint, in Wirklichkeit nur scheinbar ist.

§ 16. Meines Erachtens gewähren also, recht besehen, die bisher angestellten Untersuchungen keine Stütze für eine Auffassung, die der entgegengesetzt wäre, daß *die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektromagnetischen Wellen in Luft und an schmalen Drähten aus einem sehr guten Leiten gleich der Lichtgeschwindigkeit ist.*

Eine Prüfung der Ursache der tatsächlichen Diskrepanz zwischen Experiment und Theorie, die auch bei den sorgfältigst ausgeführten Untersuchungen vorhanden ist, ergibt, daß sie auf Störungen in Form von reflektierten Wellen von den Begrenzungsflächen des Arbeitsraumes oder von anderen dielektrischen oder leitenden Gegenständen im Laboratoriumszimmer her beruht.

Upsala, Physikal. Institut der Universität, April 1914.

---

1) Vgl. J. Trowbridge und W. Duane, Phil. Mag. (5) **40**. p. 223. 1895, wo nach derselben Methode die Schwingungszeit ($T = 1{,}8907 \cdot 10^{-7}$) eines Oszillators bestimmt worden ist. Der Unterschied zwischen dem größten und kleinsten Wert von T einer Messungsreihe übersteigt 2,5 Proz.

(Eingegangen 6. Juni 1914.)

3. *Über die Extinktion des Lichtes in der Erdatmosphäre für das Ultraviolett; von E. Kron.*

In zahlreichen Arbeiten über das ultraviolette Sonnenspektrum, z. B. von Cornu, Fabry-Buisson[1]), Miethe-Lehmann[2]), A. Wigand[3]) wird die Frage nach der Grenze des Sonnenspektrums erörtert, ohne daß quantitative Angaben über die Extinktion in der Erdatmosphäre für die kürzesten Wellenlängen gemacht werden. Die Herren Fabry und Buisson kündigen zwar Extinktionsbestimmungen aus dem Sommer 1912 an und geben als provisorisches, ganz rohes Resultat den Bruchteil der durchgelassenen Strahlung bei 300 $\mu\mu$ als von der Größenordnung 1 : 100 an, was nach meinen Messungen viel zu hoch gegriffen wäre. In den übrigen Arbeiten, in denen Transmissionskoeffizienten mitgeteilt werden, und die von A. Bergwitz[4]) zusammengestellt worden sind, wird die Transmission mehr summarisch für einzelne Spektralgebiete gegeben. In der neuesten Arbeit von H. Dember[5]) wird der mit Hilfe des lichtelektrischen Spektralphotometers bestimmte Transmissionskoeffizient der einen Wellenlänge $\lambda = 375$ $\mu\mu$ veröffentlicht. Die einzige umfassende Arbeit über die Durchlässigkeit der Erdatmosphäre ist die von C. G. Abbot[6]) und seinen Mitarbeitern. Daß diese Transmissionskoeffizienten aber nur bis höchstens 320 $\mu\mu$, selbst unter den günstigen Bedingungen seiner höchsten

1) Fabry-Buisson, Journ. d. Phys. 5. Serie; 3. p. 196. 1913.

2) Miethe-Lehmann, Sitzungsber. d. Kgl. Preuß. Akad. d. Wiss. VIII. 1900.

3) A. Wigand, Phys. Zeitschr. 14. p. 1144. 1913.

4) A. Bergwitz, Phys. Zeitschr. 12. p. 1111. 1911.

5) H. Dember, Ber. d. Kgl. Sächs. Ges. d. Wiss. 64. p. 259. 1912.

6) C. G. Abbot, Annals of the Astrophys. Observatory of the Smithsonian Institution Vol. III. Washington 1914. Vgl. auch mein Referat über diesen Band in Vierteljahrsschr. d. Astron. Gesellsch. 49. Jahrg. 1914.

Bergstation auf dem Mount Whitney (4418 m), Wert haben, darauf wird unten noch zurückzukommen sein.

Ich habe bereits im Jahre 1911 mit Extinktionsmessungen im Ultraviolett am Astrophysikalischen Observatorium zu Potsdam begonnen und diese Beobachtungen nach einer verbesserten Methode im Sommer 1913 fortgesetzt. Wenn auch diese Messungen als noch keineswegs abgeschlossen zu betrachten sind, so sollen im folgenden wenigstens die bisherigen Resultate dieser eingehenden quantitativen Untersuchung der Extinktion bis 308 $\mu\mu$ mitgeteilt werden.

1.

Die Beobachtungen wurden nach der bekannten *Methode* angestellt, *die Helligkeiten der Sonne bei verschiedenen Zenitdistanzen zu messen.* Bei bekannter Dichteverteilung in der Erdatmosphäre kann man für jede scheinbare Zenitdistanz z die von dem Sonnenstrahl durchsetzte Luftmasse $F(z)$ berechnen (als Einheit zweckmäßigerweise die bei Zenitstand der Sonne durchlaufene gewählt). Für Licht einer bestimmten Wellenlänge, für welches die Einheit der Luftmasse die Absorptionskonstante C hat, findet man dann die an der Erdoberfläche ankommende, scheinbare Intensität J_z aus der extraatmosphärischen Intensität J_0 nach der Bouguerschen Exponentialformel

$$J_z = J_0 e^{-C \cdot F(z)},$$

oder in der gewöhnlichen Schreibweise

$$J_z = J_0 p^{F(z)},$$

und in logarithmischer Form

$$\log J_z = \log J_0 + F(z) \log p, \quad C = -\operatorname{Mod}^{-1} \cdot \log p,$$

darin ist p der sogenannte Transmissionskoeffizient, der also definiert ist als das Verhältnis der beobachteten scheinbaren Helligkeit im Zenit zur ursprünglichen Helligkeit außerhalb der Erdatmosphäre, C der Absorptionskoeffizient für die Einheit der Luftmasse.

Wendet man diese Formel auf eine Tagesreihe von Beobachtungen der Sonne bei verschiedener Zenitdistanz an, so

liegt dabei die Voraussetzung zugrunde, daß die atmosphärischen Verhältnisse den Tag über konstant geblieben sind.

Die Bestimmung von log p aus einer Tagesreihe erfolgt am einfachsten graphisch, indem man die beobachteten Intensitätslogarithmen log J_z als Funktion der Luftmassen aufträgt. Die beobachteten Punkte müssen dann auf einer Geraden liegen, deren Neigung log p bestimmt.

Für die Luftmassen wurden die Werte benutzt, die Hr. A. Bemporad[1]) aus seiner verbesserten Laplaceschen Extinktionstheorie hergeleitet hat, und die von Hrn. H. G. Wolff[2]) für die Seehöhe des Potsdamer Observatoriums (90 m) umgerechnet worden sind. Der Berechnung der Korrektionen, welche an die Luftmassen zur Berücksichtigung von Temperatur und Barometerstand anzubringen waren, wurden die Terminbeobachtungen des Meteorologischen Observatoriums zu Potsdam, deren Aufzeichnungsort von meinem Beobachtungsstande nur wenig entfernt lag, zugrunde gelegt.

Die Helligkeiten der Sonne wurden auf photographisch-photometrischem Wege mit einem Quarzspektrographen gemessen. Für diese Beobachtungen waren die beiden Forderungen zu erfüllen, die Transmission auch für Strahlen kürzester Wellenlänge noch zu erhalten, und um die Genauigkeit zu steigern und eventuell die Extinktionstheorie zu prüfen, möglichst weit zum Horizont hinab die Sonnenhelligkeit zu messen. Diese Forderungen zu erfüllen wird aber um so schwieriger, zu je kürzeren Wellenlängen man übergeht, denn einmal nimmt die Energie im Sonnenspektrum an sich sehr rasch mit den kürzeren Wellenlängen ab, und außerdem wächst die Extinktion für diese Strahlen sehr stark an.

Dementsprechend mußten die brechbareren Teile des Sonnenspektrums so abgeblendet werden, daß bei photometrisch brauchbaren Expositionszeiten meßbare Schwärzungen für alle Wellenlängen zwischen 430 und 300 $\mu\mu$ erzielt wurden. Dazu die Spaltbreite des Spektrographen während der Be-

1) A. Bemporad, Mitteil. d. Sternwarte z. Heidelberg. IV. 1904. Reale Academia dei Lincei (Anno CCCI, 1904). Rom 1905.

2) H. G. Wolff, Beiträge zur Extinktion des Fixsternlichtes in der Erdatmosphäre. Dissert. d. Bresl. Sternwarte. Verl.: Wilhelm Engelmann. Leipzig 1911.

obachtungsreihe zu ändern, habe ich für zu unsicher gehalten. Der Verlängerung der Expositionszeiten sind Schranken gesetzt wegen der Extinktionswirkung selbst; denn will man diese bei tiefem Sonnenstande für eine bestimmte Zenitdistanz selbst haben, so darf man nicht mehr als 2—3 Minuten exponieren. Nach vielen Versuchen bin ich dabei stehen geblieben, das Sonnenspektrum so in drei Teile zu zerlegen, daß es für die Beobachtung von 432 bis etwa 350 $\mu\mu$ durch eine geschwärzte photographische Trockenplatte abgeblendet, daß für das Gebiet von 350 bis etwa 320 $\mu\mu$ ein 4 mm dickes Quarzfilter mit einer dreiprozentigen Chrysoidinlösung in das parallele Licht des Quarzspektrographen eingeschaltet (bei einer für beide Teile gleichen Expositionszeit von 20 Sekunden), und daß für das übrige Gebiet von 320 bis 307 $\mu\mu$ ohne jede Zwischenschaltung 2 Minuten lang exponiert wurde. Die starke Überexposition bei 420 $\mu\mu$ im letzteren Falle hatte keinen Einfluß auf die Wellenlängen bei 300 $\mu\mu$, denn diffuses Licht war in dem benutzten Quarzspektrographen nur sehr wenig vorhanden, und ein Lichthof wurde durch Verwendung der Agfa-Isolar-Diapositivplatten vermieden.

Die Forderung, bei möglichst tiefem Stande der Sonne noch deren Helligkeit zu bestimmen, bedingte die quantitative Überbrückung großer Helligkeitsintervalle, wodurch die Einführung eines auch für große Intensitätsänderungen noch einwandsfreien photographisch-photometrischen Meßprinzips nötig wurde. Dazu konnte ein Nikolsystem nicht verwandt werden, weil der Kalkspat hinter 320 $\mu\mu$ fast kein Licht mehr durchläßt, und weil das Licht durch die Reflexion am Metallspiegel des verwandten Heliostaten elliptisch polarisiert wird. Rotierende Sektoren sind a priori nicht einwandsfrei.

Bei den ersten orientierenden Beobachtungen, im Jahre 1911, habe ich mir einfach so geholfen, daß ich die Expositionszeitenänderung als Meßprinzip benutzt habe. Dabei habe ich einfach mit dem Reziprozitätsgesetz gerechnet, also angenommen, daß bei gleicher Schwärzung die Intensitäten den Expositionszeiten umgekehrt proportional sind, was natürlich nur eine Annäherung ist.[1])

1) Vgl. meine Arbeit „Über das Schwärzungsgesetz photographischer Platten", Ann. d. Phys. **41.** p. 751. 1913.

Bei den definitiven Beobachtungen des Sommers 1913 wurde deshalb als Meßprinzip die Abblendung des aus dem Kollimatorobjektiv austretenden, parallelen Lichtbündels durch eine Schiebespaltblende, die symmetrisch zur Mitte in der Richtung parallel zur brechenden Kante der Prismen geöffnet werden konnte, eingeführt. In technischer Beziehung wurde dabei die Konstruktion in vergrößertem Maßstabe verwandt, wie sie für Spalte von Spektrographen, die sich symmetrisch zur Mittellinie nach beiden Seiten öffnen lassen, verwandt zu werden pflegt. Die lichte Öffnung der Schiebespaltblende konnte in Millimetern an einer Mikrometerschraube direkt abgelesen werden. Bei einer Änderung der Öffnung von vollem Kollimatorobjektiv bis zu Spalten von 1 mm wurde eine Intensitätsabschwächung von $1 : 10^{1,5}$ oder 3,7 Größenklassen erreicht. Da aber Intensitätsvariationen bis mindestens 10 Größenklassen erforderlich waren, wenn man ultraviolette Sonnenspektra bei 84,5° Zenitdistanz oder 10 Luftmassen noch erhalten will, so wurden außer der Schiebespaltblende noch Absorptionsgitter aus feinem Drahttuch in zweckmäßiger Entfernung vor dem Spalt des Quarzspektrographen vorgeschaltet.

2.

Auf Grund der obigen Überlegungen war die *Versuchsanordnung*, in ihrer letzten Fassung im Sommer 1913, folgende: Das Sonnenlicht fiel auf einen Spiegel aus Brandes-Schünemannscher Metallegierung, der es mittels eines Heliostaten in konstanter horizontaler Richtung auf den in einer dunklen Kammer fest aufgestellten Quarzspektrographen warf. Der Heliostat, ein Instrument mittlerer Größe, dessen Dimensionen zwischen denen der kleinen Laboratoriumsapparate und denen der großen, festmontierten astronomischen Instrumente liegen, ist nach meinen Angaben von der Firma O. Toepfer & Sohn in Potsdam gebaut. Er ist mit Feinbewegungen ausgerüstet. In 600 mm Entfernung vor dem Spalt des Spektrographen war, mit diesem fest verbunden, eine Quarzprojektionslinse von 50 mm Öffnung angebracht, die ein etwa 6 mm großes Sonnenbild auf den Spalt des Spektrographen warf. In etwa 120 mm Entfernung von dem Spalt waren in dem Halterohr der Projektionslinse die Einrichtungen getroffen, die das

Einschieben von geschwärzten Trockenplatten und Absorptionsgittern leicht und unverrückbar ausführen ließen.

Der Quarzspektrograph ist der von J. Hartmann konstruierte und in der Zeitschrift für Instrumentenkunde 25. p. 161 (1905) ausführlich beschriebene Apparat, der sehr schön definierte, von diffusem Lichte fast freie Spektra gibt, dessen Kollimatorobjektiv aber leider aus U.V.-Kron- und Flintglas besteht, das bereits bei 300 $\mu\mu$ etwa eine Größenklasse absorbiert. Das ist der Grund, weshalb ich nur bis zur Wellenlänge 308 $\mu\mu$ gelangt bin. Dieses Kollimatorobjektiv wird in Zukunft durch einen Quarz-Flußspatachromaten ersetzt werden. Von den sonstigen kleineren Abänderungen, die ich an dem Spektrographen getroffen habe, sei namentlich die Einführung einer Schiebekassette für das Plattenformat 6×9 cm erwähnt, die bei passender Begrenzung der Spalthöhe 25 Spektra und mehr auf eine Platte aufzunehmen gestattete, wodurch eine rationelle Durchführung der Beobachtungsarbeit erst ermöglicht wurde.

3.

Die *Voruntersuchungen* in bezug auf die Konstanten und die systematischen Fehlerquellen dieses Instrumentariums erstreckten sich in erster Linie auf die mühsame und langwierige *Eichung* der *Schiebespaltblende SS*. Welchen Helligkeiten entsprechen die jeweiligen Mikrometerschraubeneinstellungen? Diese Frage enthält die Unterfragen: a) Wie findet man aus den Schraubenablesungen die jeweils freigelassene Fläche des Kollimatorobjektives? b) Wie findet man aus der freien Fläche die durchgelassene Helligkeit?

a) Es war bei der Konstruktion von *SS* gefordert worden, daß die jeweilige Einstellung der Mikrometerschraube die lichte Öffnung des Schiebespaltes direkt in Millimetern angeben sollte, wobei bei vollgeöffnetem Objektiv 40 mm der Schraube beansprucht wurden. Diese Angaben der Schraube wurden geprüft, indem die jeweilige Öffnung von *SS* an einer im parallelen Lichte des Spektrographen aufgenommenen und schwach entwickelten photographischen Kopie unter dem Meßmikroskop direkt gemessen wurde. Es ergaben sich zwischen diesen gemessenen, wahren Öffnungen und den Schraubenangaben systematische Abweichungen, die bis über 0,2 mm gingen, so

daß sie durch fortschreitende Schraubenfehler nicht gut erklärt werden konnten. Wie eine nähere Untersuchung der Wirksamkeit des Schiebespaltes gezeigt hat, liegt der Grund dieser Abweichungen in einer unvollkommenen mechanischen Übertragung der Schraubenverschiebungen auf die Bewegungen der beiden Spaltbacken. Weiterhin benutzt wurden natürlich die aus der direkten Ausmessung folgenden Werte der lichten Öffnungen von *SS*.

b) Um aus den freien Öffnungen die durchgelassenen Helligkeiten, relativ zu der der vollen Öffnung (diese praktischerweise als Einheit gewählt) zu finden, kann man zunächst einmal ohne Rücksicht auf relative Reflexions- und Absorptionsverluste im Kollimatorobjektiv das durchgelassene Licht proportional den Öffnungsflächen setzen. Es war bequemer, bei derselben Wahl der Intensitätseinheit, die Helligkeiten, welche durch die Schiebeblende jeweilig *abgeblendet* wurden, in Logarithmen anzugeben. Die auf diese Weise gerechneten „Abblendungen" wurden nun nach zwei verschiedenen Methoden durch Beobachtungen kontrolliert. Beim ersten Versuch war das photometrische Meßprinzip die Flächenabsorption mehrerer quadratischer Gitter, deren Konstanten von G. Eberhard mit seinem Lochphotometer[1]) sehr sorgfältig bestimmt worden sind, und die natürlich unter den gleichen Beobachtungsbedingungen wie bei ihrer ersten Eichung verwandt wurden. Beim zweiten Versuch war das Meßprinzip ein Nikolsystem, dessen Benutzung diesmal, weil das Licht direkt ohne Reflexion am Metallspiegel auf den Spalt des Spektrographen fiel, unbedenklich war. Beide Versuche ergaben Resultate *B*, die unter sich innerhalb des Prozentes übereinstimmten, die aber bei Vergleichung mit den gerechneten „Abblendungen" gegen diese sowohl in bezug auf die Wellenlängen, als auch hinsichtlich der Helligkeiten, einen systematischen Gang bis zu 5 Proz. der jeweiligen Absorption zeigten. Diese Abweichungen können bis auf wenig über 2 Proz. erklärt werden, wenn man die relativen Absorptions- und Reflexionsverluste im Kollimatorobjektiv, die in den Randzonen größer sind als in der Mitte, bei der Rechnung der Abblendungen berücksichtigt. Eine erste Rechnung dieser relativen Absorptionsverluste im Kollimator-

1) G. Eberhard, Eders Jahrbuch f. Photogr. u. Repr. p. 109. 1911.

objektiv, welcher die im Schottschen Glaskatalog gegebenen Absorptionskoeffizienten für U.V.-Kron- und U.V.-Flintglas zugrunde gelegt waren, ergab so geringfügige Korrektionen für die ohne Absorption gerechneten Abblendungen der Schiebespaltblende, daß sie die Abweichungen zwischen Beobachtung und Rechnung nicht erklären konnten. Deshalb wurden die Absorptionskoeffizienten für die U.V.-Kron- und U.V.-Flintlinse durch direkte photographische Absorptionsmessung neu bestimmt. Ich führe die Resultate für einige ausgewählte Wellenlängen in der folgenden Tabelle 1 an. Wenn d die Dicke der Linse in Millimetern bedeutet, so sei die durchgelassene Intensität mit D^d bezeichnet: D ist in der Tabelle gegeben; zum Vergleiche sind die Schottschen[1]), für Flintglas viel zu günstig ausgefallenen Zahlen hinzugefügt.

Tabelle 1.

Kron			Schott-Katalog		
λ	U.V.-Kron	U.V.-Flint	λ	U.V.-Kron 3199	U.V.-Flint 3248
490	0,985	0,909	397	1,00	1,00
460	0,989	0,919	383	1,00	1,00
430	0,991	0,921	361	1,00	1,00
400	0,990	0,918	346	1,00	1,00
370	0,986	0,907	325	1,00	0,98
340	0,977	0,882	309	0,95	0,91
310	0,962	0,833	280	0,56	0,35

Werden nun unter Zugrundelegung dieser neubestimmten Absorptionskoeffizienten die relativen Absorptionsverluste zwischen Mitte und Rand im Kollimatorobjektiv gerechnet und durch eine einfache mechanische Integration bei der Berechnung der jeweiligen „Abblendungen" der Schiebespaltblende berücksichtigt, so erhält man korrigierte Zahlen R, welche, verglichen mit den Beobachtungen B, Abweichungen von nur noch wenig über 2 Proz. des jeweiligen Helligkeitslogarithmus übrig lassen. Diese beobachteten „Abblendungen" B, ausge-

1) Schott-Katalog: „Jenaer Glas für die Optik, Glaswerk Schott u. Genossen, 1909". Nach Mitteilung der Glaswerke hat sich die Zusammensetzung der U.V.-Gläser von 1904—1909 nicht geändert.

drückt in Intensitätslogarithmen, sowie die Restfehler dieser Beobachtungen gegen die gerechneten Werte R, ausgedrückt in Einheiten der dritten Dezimale der Helligkeitslogarithmen, sind in der folgenden Tab. 2 für einige Wellenlängen zusammengestellt.

Tabelle 2.

Absorption im Int. log / Schraubeneinstellungen	B				$B-R$			
	480 $\mu\mu$	420 $\mu\mu$	360 $\mu\mu$	300 $\mu\mu$	480 $\mu\mu$	420 $\mu\mu$	360 $\mu\mu$	300 $\mu\mu$
40	0,000	0,000	0,000	0,000	− 0	− 0	− 0	− 0
16	0,278	0,280	0,272	0,256	3	2	8	16
7	0,611	0,617	0,605	0,581	11	10	19	33
4	0,853	0,857	0,847	0,819	13	14	20	38
2	1,162	1,166	1,156	1,126	16	14	20	39
1	1,477	1,481	1,471	1,441	16	14	20	39

Zur Reduktion der Beobachtungen, als definitive Intensitätsskala, sind die beobachteten Werte B benutzt worden. Vielleicht wäre es besser gewesen, die um 2 Proz. weitere Skala der Zahlen R zu verwenden, denn einige neuerdings angestellte Kontrollmessungen der der Eichung von *SS* zugrunde gelegten Eberhardschen Absorptionsgitter lassen es als nicht unwahrscheinlich erscheinen, daß die Skala B um 2 Proz. erweitert werden muß, so daß die Zahlen R der Wahrheit mehr entsprechen würden. Eine definitive Entscheidung, ob die später mitgeteilten Resultate für die Extinktion im Ultravioletten noch mit dem Faktor 1,02 zu multiplizieren sind, läßt sich aber zurzeit nicht treffen, weil die Kontrollmessungen noch nicht abgeschlossen sind, ist auch praktisch belanglos.

Mit Hilfe der Schiebespaltblende als Meßprinzip war es nun leicht, die übrigen Instrumentalkonstanten photographisch-photometrisch an diese Skala anzuschließen.

a) *Die Absorptionsgitter.* Es kamen nur stark absorbierende Gitter in Betracht, welche Helligkeitsunterschiede von mindestens je drei Größenklassen gaben, denn die dazwischen liegenden Intensitäten konnten dann in Verbindung mit der Schiebespaltblende erhalten werden. Es wurden drei gleiche

Gitter IVa, IVb, IVc verwandt und entsprechend kombiniert; jedes bestand aus drei Lagen feinsten Drahttuches, von denen jede Lage gegen die andere um 30° gedreht war. Die Absorptionsbestimmungen wurden an der Sonne und im Laboratorium mit Nernstlicht ausgeführt und ergaben für beide Versuche vorzüglich übereinstimmende Resultate, aus denen eine Abhängigkeit von der Wellenlänge nicht mit Sicherheit nachgewiesen werden konnte, und deren Endwerte ich hierhersetze, ausgedrückt in Intensitätslogarithmen:

$$IVa = 1{,}318,\quad IVb = 1{,}276,\quad IVc = 1{,}334,\quad IVa + IVb = 2{,}612,$$

Werte, deren durchschnittlicher mittlerer Fehler ein halbes Prozent des jeweiligen Absorptionsbetrages noch nicht erreicht. Jedes Bedenken, das man bei der Verwendung dieser Gitter in dem gerichteten Lichte zwischen Projektionslinse und Spalt haben könnte, ist dadurch ausgeschaltet, daß die Gitter genau an derselben Stelle eingesetzt werden können und unter denselben Bedingungen an die Schiebeblende angeschlossen worden sind, unter denen sie bei den definitiven Extinktionsaufnahmen verwandt wurden.

b) Die Änderung des *Reflexionsvermögens* des Heliostatenspiegels mit dem Inzidenzwinkel, welche zu untersuchen nötig war, weil sich auch an demselben Beobachtungstage der Inzidenzwinkel des Sonnenstrahles am Metallspiegel mit der Zenitdistanz ändert. Für das ultraviolette Spektralgebiet existieren dafür meines Wissens noch keine Beobachtungen. Für weißes Licht haben schon um 1840 Potter, Jamin und andere[1]) gefunden, daß das Gesamtreflexionsvermögen bei Inzidenzwinkeln von etwa 60° ein Minimum erreicht. Ich finde etwas Ähnliches, nur liegt das Minimum bei meinen Kurven etwa bei 30° Inzidenzwinkel. Allerdings sind diese Zahlenreihen mit den älteren Beobachtungen nicht direkt vergleichbar, weil ich in meinem speziellen Falle teilweise polarisiertes Licht untersucht habe. Der Versuch wurde folgendermaßen angeordnet. Auf den Tisch eines Spektrometers wurde der Metallspiegel so aufgesetzt, daß seine spiegelnde Fläche genau in der Verlängerung der Drehungsachse des Tisches zu liegen

1) Vgl. Verdet, Wellentheorie des Lichtes 2. p. 446 ff.

kam. Auf den beweglichen Arm des Spektrometers wurde die bis auf ein kleines Loch abgeblendete und mit einer Quarzmattscheibe versehene Nernstlampe aufmontiert, deren Licht, durch eine Quarzprojektionslinse parallel gemacht, unter allen möglichen Inzidenzwinkeln vom Metallspiegel reflektiert werden konnte. Dieses parallele Lichtbündel wurde durch eine zweite mit dem Quarzspektrographen fest verbundene Quarzprojektionslinse auf dem Spalt desselben gesammelt. Die Inzidenzwinkel wurden am Spektrometerkreis abgelesen. Als Meßprinzip fand die Schiebespaltblende Verwendung, für deren einwandsfreie Wirkungsweise stets geprüft wurde, ob das Kollimatorobjektiv auch voll beleuchtet war. Die auf diese Weise erhaltenen Resultate gebe ich für einige Wellenlängen, gleich in ausgeglichener Form, in der folgenden Tab. 3 wieder:

Tabelle 3.

Reflexionsvermögen / Inzidenzwinkel	480 $\mu\mu$	450 $\mu\mu$	420 $\mu\mu$	390 $\mu\mu$	360 $\mu\mu$	330 $\mu\mu$	300 $\mu\mu$
90	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
80	0,005	0,006	0,008	0,011	0,017	0,026	0,040
70	0,010	0,012	0,016	0,021	0,030	0,047	0,078
60	0,014	0,018	0,023	0,030	0,042	0,064	0,109
50	0,017	0,021	0,027	0,036	0,051	0,078	0,139
40	0,019	0,024	0,031	0,039	0,056	0,086	0,163
30	0,020	0,024	0,031	0,039	0,056	0,089	0,168
20	0,018	0,022	0,028	0,037	0,054	0,087	0,161
10	0,016	0,019	0,025	0,035	0,051	0,082	0,147
0	0,013	0,016	0,022	0,031	0,046	0,076	0,130

Diese Zahlen geben die Abnahme des Reflexionsvermögens mit abnehmendem Inzidenzwinkel, ausgedrückt in Intensitätslogarithmen, wenn das Reflexionsvermögen bei streifender Inzidenz ($i = 90^0$) als Einheit gewählt wird.

4.

Die *Beobachtungsmethode*, wie sie nach Einführung der Schiebespaltblende für die Extinktionsbestimmungen des Sommers 1913 zur Verwendung kam, war folgende: Nehmen wir eine

Nachmittagsreihe. Bei hohem Sonnenstande werden bei vorgeschaltetem Doppelgitter (IVa + IVb) mit mehreren, meist fünf, von halber zu halber Größenklasse abgestimmten schmalen Öffnungen der Schiebeblende für jeden der drei oben erwähnten Teile des ultravioletten Spektrums Vergleichsaufnahmen hergestellt. Mit sinkender Sonne wird durch Entfernen der Gitter und Öffnen der Schiebeblende allmählich mehr Licht in den Spektographen hineingelassen, für die einzelnen Spektralgebiete verschieden stark, nach Maßgabe der verschiedenen Extinktionswirkung. Um zu sehen, mit welcher Intensität jeweilig gearbeitet werden mußte, wurden die Sonnenhöhen mit dem Schwarzschildschen Ballonsextanten schnell mit genügender Genauigkeit gemessen. Diese Messungen hatten den weiteren Vorteil, daß sie einerseits eine gute Kontrolle für die späteren umfangreichen Zenitdistanzrechnungen gaben, andererseits eine willkommene Prüfung dieses Sextanten boten.[1]) Auf diese Weise wurde versucht, für alle Aufnahmen bei hohem und tiefem Sonnenstande möglichst die gleichen Schwärzungen zu erhalten. Das ist exakt natürlich nur in dem Idealfalle möglich, daß man die zu findende Extinktion schon kennt; und dann auch nur für eine mittlere Wellenlänge des untersuchten Spektralgebietes.

Durch diese Beobachtungsmethode war das *Reduktionsverfahren* ohne weiteres gegeben.

In allen Spektren wurden die Schwärzungen etwa von 10 $\mu\mu$ zu 10 $\mu\mu$ von 432 $\mu\mu$ bis 307 $\mu\mu$ im Hartmannschen Mikrophotometer gemessen. Aus den Vergleichsaufnahmen wurden unter Benutzung der Schiebeblendenskala die Schwärzungskurven für jede Wellenlänge konstruiert und aus diesen die Korrektionen der Intensität interpoliert, welche nötig waren, um alle Aufnahmen derselben Wellenlänge auf die gleiche Schwärzung zu reduzieren. Leider waren aber auch Extrapolationen aus den Schwärzungskurven, namentlich bei den großen Luftmassen der kürzesten Wellenlängen notwendig, da das Helligkeitsintervall der Vergleichsaufnahmen nicht ganz ausreichte.

---

1) Als durchschnittlichen mittleren Fehler *einer* Höhenmessung mit dem Ballonsextanten erhielt ich im Mittel aus sechs vollständigen Tagesreihen mit insgesamt 181 Messungen ± 3.7′.

Für die im folgenden angeführten quantitativen Ergebnisse kommen bis auf wenige Ausnahmen keine extrapolierten Zahlen in Betracht. Doch ist dies ein Punkt, wo bei zukünftigen Beobachtungen noch eine kleine Verbesserung eintreten muß.

In einer zweiten Korrektion war dann noch der Einfluß des mit dem Inzidenzwinkel sich ändernden Reflektionsvermögens zu berücksichtigen.

Die so korrigierten Intensitätslogarithmen zusammen mit den für die Mitte der Beobachtungszeit geltenden Luftmassen stellten das Beobachtungsergebnis dar.

5.

Im Jahre 1911 gelangen nach dem oben erwähnten, ungenaueren Verfahren mit Hilfe der Expositionszeitenänderung als Meßprinzip sechs vollständige Reihen, die allerdings nur Zenitdistanzänderungen von vier Luftmassen, entsprechend der einfachen Methode, umfaßten. Alle diese Beobachtungen konnten bei der erwähnten graphischen Darstellung durch gerade Linien befriedigend wiedergegeben werden.

Bei den Beobachtungen im Sommer 1913, bei denen auch sechs vollständige Reihen erhalten wurden, konnte infolge der Verbesserung der Methode ein Helligkeitsintervall von über zehn Größenklassen ausgenutzt und dementsprechend bis zu Zenitdistanzen von 86° und 87° im Maximum, natürlich nicht gerade für die kürzesten Wellenlängen, aber noch für Wellenlängen um 400 $\mu\mu$ herum, herabgegangen werden. Bei fünf von diesen sechs Beobachtungsreihen kann man die gemessenen Helligkeiten der Sonne für die ersten 7 bis 8 Luftmassen, d. h. bis zu Zenitdistanzen von 82°, bei der graphischen Aufzeichnung durch gerade Linien gut darstellen. Konsequenterweise habe ich für *alle* Wellenlängen, auch wenn tiefere Sonnenbeobachtungen noch vorlagen, nur aus diesem Teile der Geraden die Tansmissionskoeffizienten abgeleitet; und da bei diesen 7 bis 8 Luftmassen bis auf wenige Ausnahmen eine *Interpolation* aus der Schwärzungskurve zur Reduktion auf gleiche Schwärzung stets möglich war, so sind die Transmissionskoeffizienten als sehr zuverlässig zu betrachten.

Für den Nachmittag des 9. September 1913, der stark dunstig war, konnten nur die ersten fünf Luftmassen benutzt

werden; und auch diese lagen nicht streng auf einer Geraden.

Als Beispiel gebe ich, gleich in graphischer Darstellung, für den durchsichtigsten Tag, den 27. August p. m. 1913,

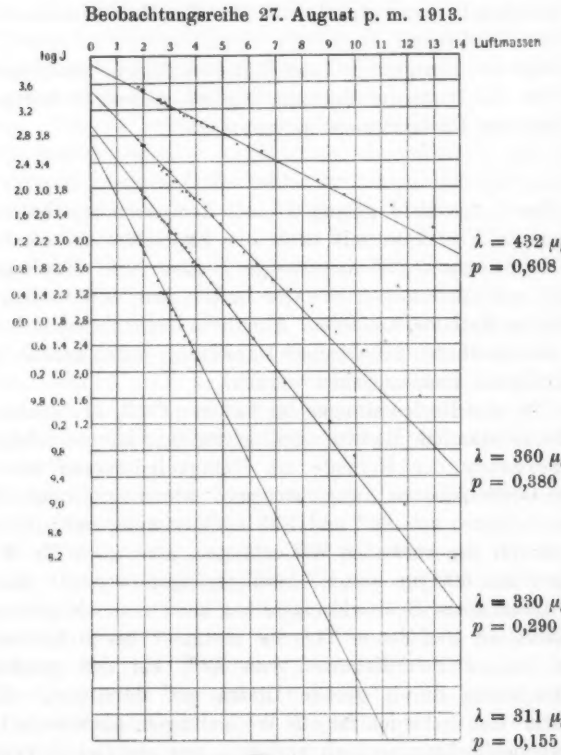


Fig. 1.

(Prädikat im Beobachtungsjournal: außergewöhnlich klar) die Beobachtungsdaten von vier ausgewählten Wellenlängen in der vorstehend aufgeführten Fig. 1 wieder. Aus diesen durch die ersten 7 bis 8 Luftmassen hindurchgelegten Geraden, die sich den Beobachtungen, wie man sieht, gut anpassen, sind die Transmissionskoeffizienten hergeleitet worden. Bemerkenswert

ist die Gleichmäßigkeit der atmosphärischen Verhältnisse an einem außerordentlich klaren Tage wie diesem im Beispiel gegebenen.

Der mittlere Fehler einer Beobachtung, gerechnet aus einigen, willkürlich herausgegriffenen Tagesreihen irgend einer Wellenlänge, ergab sich zu $\pm$ 0,028 (in Intensitätslogarithmen). Danach würden diese photographisch-photometrischen Extinktionsbestimmungen den von G. Müller und mir auf optisch-photometrischen Wege erhaltenen genau gleichwertig sein. Die Beobachtungen, die auf *einer* Platte liegen, ergaben unter sich einen noch kleineren mittleren Fehler, eine Erscheinung, die stets in der photographischen Photometrie aufzutreten pflegt.

Versucht man nun auch die tiefsten Sonnenhelligkeiten durch die Exponentialformel darzustellen, so erhält man bei den verschiedenen Reihen Abweichungen, welche teils auf eine vermehrte, teils aber auch auf eine verminderte Extinktionswirkung in den unteren Schichten der Erdatmosphäre hindeuten. Als Beispiele gebe ich unter Hinweis auf die bereits angeführte Reihe vom 27. August p. m. 1913 (Fig. 1), weiter in Fig. 2 die graphische Darstellung der Beobachtungen der Wellenlänge 432 $\mu\mu$ vom 31. Juli p. m. 1913 (gut durchsichtig) und vom 13. September p. m. 1913 (gut durchsichtig, scharf abgegrenzter Dunststreifen bis etwa 4° Höhe über dem Horizont). Ich habe absichtlich gerade diese am weitesten nach Rot zu gelegene Wellenlänge 432 $\mu\mu$ als Beispiel gewählt, weil hier bei der Reduktion auf gleiche Schwärzung bis zu den tiefsten Sonnenbeobachtungen eine Interpolation aus der Schwärzungskurve möglich war, so daß die Messungsergebnisse zweifelsfrei sind.

Man vergleiche die beiden Reihen vom 27. August 1913 und 31. Juli 1913. Im ersten Falle liegen die Beobachtungen bei tiefstem Sonnenstande oberhalb der Geraden, welche die Messungen der ersten 7 bis 8 Luftmassen darstellt; die Atmosphäre hat also später relativ mehr Licht der Wellenlänge 432 $\mu\mu$ hindurchgelassen als am Anfang. Bei den Beobachtungen vom 31. Juli p. m. 1913 ist es gerade umgekehrt. Eine Erklärung dieser Tatsache ist schwierig zu geben. Es können lokale Einflüsse sein, oder die allgemeine Durchsichtigkeit der Atmosphäre kann sich geändert haben.

Die Reihe vom 13. September p. m. 1913 zeigt wieder ein anderes Verhalten. Hier kann man alle Beobachtungen bis zu 14 Lichtmassen durch eine Gerade gut darstellen; erst unterhalb 86° Zenitdistanz treten starke Abweichungen im Sinne zu großer Extinktion auf. Eine plausible Erklärung für diese Abweichungen scheint mir die zu sein, daß die Sonne in den während der Beobachtung selbst bemerkten Dunststreifen eingetreten ist.

Beobachtungen der Sonnenhelligkeit bei der Wellenlänge 432 $\mu\mu$

Obere Reihe: 31. Juli p. m. 1913 $p = 0{,}666$

Untere „ : 13. Sept. p. m. 1913 $p = 0{,}586$

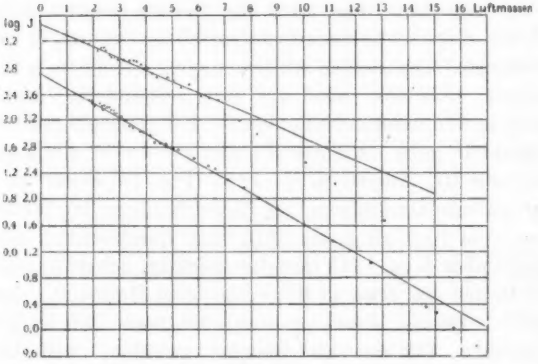


Fig. 2.

Jedenfalls müssen zur Aufkärung dieser Erscheinungen weitere Beobachtungen bei den verschiedensten Witterungslagen angestellt werden. Zu diesen speziellen Untersuchungen eignet sich das ultraviolette Spektralgebiet ganz besonders, weil die Extinktionswirkung hier so große Beträge erreicht, daß der Einfluß der Beobachtungsfehler ganz zurücktritt.

Nach diesen Bemerkungen über einzelne Tagesreihen gebe ich nun die *mittleren Resultate.* In der folgenden Tab. 4 stelle ich für die beobachteten Wellenlängen λ, ausgedrückt in Mikron, von den Transmissionskoeffizienten p die Jahresmittel 1911 und 1913 und das Gesamtmittel aller Reihen zusammen; zum Vergleich füge ich die von C. G. Abbot l. c. veröffentlichten

Transmissionskoeffizienten p_0 der Mount Whitney-Beobachtungen sowie die durch Reduktion auf Potsdamer Seehöhe erhaltenen Werte p_1 hinzu. Über das Resultat dieser Vergleichung wird zweckmäßig weiter unten gesprochen werden.

Tabelle 4.

Mittlere Transmissionskoeffizienten.

Kron Jahresmittel 1911		Kron Jahresmittel 1913		Kron Gesamtmittel		Abbot Mount Witney 1909/10		
λ	p	λ	p	λ	p	λ	p_0	p_1
0,432	0,667	0,432	0,629	0,432	0,648	0,436	0,852	0,762
0,421	0,645	0,420	0,596	0,420	0,621			
0,411	0,626	0,409	0,564	0,410	0,595	0,412	0,820	0,711
0,404	0,592	0,400	0,536	0,402	0,564			
0,395	0,567							
0,389	0,555	0,390	0,507	0,390	0,531	0,388	0,798	0,678
0,384	0,540							
0,378	0,518	0,378	0,470	0,378	0,494			
0,371	0,489	0,370	0,438	0,371	0,464	0,368	0,764	0,629
0,364	0,457	0,360	0,409	0,362	0,433			
0,357	0,423							
0,350	0,401	0,351	0,373	0,351	0,387	0,354	0,724	0,573
0,343	0,367	0,340	0,341	0,341	0,354	0,340	0,692	0,531
0,335	0,339	0,330	0,302	0,333	0,321			
0,329	0,308							
0,324	0,259	0,325	0,276	0,325	0,268	0,327	0,634	0,457
0,319	0,228	0,319	0,248	0,319	0,238			
0,315	0,202							
0,311	0,175	0,311	0,190	0,311	0,183			
		0,308	0,153	0,308	0,153	0,306	0,694	0,534

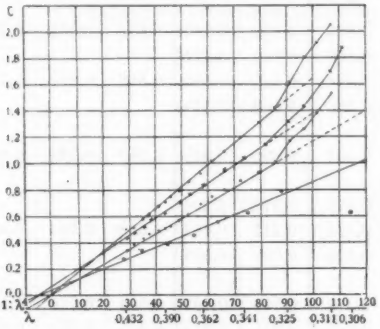
Es ist nun die Abhängigkeit dieser Transmissionskoeffizienten von der Wellenlänge gesetzmäßig zu erfassen. Trägt man zu diesem Zwecke die reziproken vierten Potenzen der Wellenlängen als Abszissen, die Absorptionskoeffizienten $C = -M^{-1} \log p$ als Ordinaten in einem rechtwinkligen Koordinatensystem auf, so liegen die Beobachtungen jeder Tagesreihe für Wellenlängen bis etwa 325 $\mu\mu$ — über noch kleinere Wellenlängen wird unten zu sprechen sein — mit großer Genauigkeit auf einer Geraden, deren Steigung und

deren Ordinatenabschnitt sich von Tag zu Tag ändert. Man kann also die Werte C in der Form darstellen

$$(I) \qquad C = \frac{\alpha}{\lambda^4} + \beta,$$

worin α und β Tageskonstanten sind, welche von den jeweilig herrschenden atmosphärischen Verhältnissen abhängen.

Zur Illustration dieser Tatsache sind die Tagesreihen des Jahres 1913 ungünstig, weil zufällig die Atmosphäre an allen Tagen nahezu die gleiche Durchlässigkeit gehabt hat. Günstiger sind in dieser Beziehung die Beobachtungsreihen von 1911.



Darstellung des Absorptionskoeffizienten C nach der Formel

$$C = \frac{\alpha}{\lambda^4} + \beta$$

::::: Teilmittel 1911
xxxx Gesamtmittel
oooo Abbotsche Beobacht.

Fig. 3.

Um die zufälligen Beobachtungsfehler möglichst zu eliminieren, habe ich Teilmittel für Tage nahezu gleicher Durchlässigkeit gebildet. In der folgenden Tab. 5 sind für die Werte C mit dem Argumente λ^{-4} die Teilmittel vom 15., 20. Juli, 16. Oktober 1911 und vom 17., 19. Oktober 1911, ferner das Gesamtmittel aller Reihen und schließlich die Abbotschen Beobachtungen zusammengestellt und in der Fig. 3 gezeichnet. Bei den Abbotschen Zahlen sind außer den Absorptionskoeffizienten C_0, welche für die Seehöhe 4418 des Mount Whitney gelten, die durch Multiplikation mit dem Verhältnis der Barometerstände auf Potsdamer Seehöhe (90 m) reduzierten Werte C_1 gegeben (letztere sind gezeichnet). Die Steigung α und der Ordinatenabschnitt β_B, die aus den resultierenden Geraden abgelesen werden, sind am Schlusse der Tab. 5 hinzugefügt; β_R und w werden später erklärt werden.

Tabelle 5.

Absorptionskoeffizienten.

Kron				Kron Gesamtmittel			Abbot Mount-Wilson-Beobachtungen 1910—1911			
λ	λ^{-4}	Teilmittel C 15., 20. Juli, 16. Okt. 1911	Teilmittel C 17., 19. Okt. 1911	λ	λ^{-4}	C	λ	λ^{-4}	C_0	C_1
0,432	28,7	0,342	0,498	0,432	28,7	0,434	0,436	27,7	0,160	0,274
0,421	31,8	0,387	0,517	0,420	32,0	0,479				
0,411	35,1	0,428	0,576	0,410	35,4	0,521	0,412	34,7	0,198	0,341
0,404	37,5	0,463	0,617	0,402	38,2	0,574				
0,395	41,1	0,493	0,679							
0,389	43,7	0,508	0,711	0,390	43,5	0,634	0,388	44,1	0,226	0,389
0,384	45,8	0,530	0,745							
0,378	49,0	0,571	0,789	0,378	49,0	0,707				
0,371	52,5	0,618	0,864	0,371	53,0	0,771	0,368	54,5	0,269	0,463
0,364	57,0	0,691	0,922	0,362	58,2	0,838				
0,357	61,2	0,755	1,018							
0,350	66,2	0,796	1,092	0,351	66,0	0,952	0,354	63,7	0,323	0,556
0,343	72,2	0,873	1,198	0,341	73,5	1,039	0,340	74,8	0,368	0,633
0,335	79,4	0,926	1,312	0,333	81,9	1,138				
0,329	85,3	1,013	1,426							
0,324	90,8	1,172	1,618	0,325	90,2	1,318	0,327	87,4	0,456	0,783
0,319	96,6	1,260	1,804	0,319	96,6	1,436				
0,315	101,6	1,381	1,922							
0,311	106,9	1,537	2,049	0,311	106,8	1,701				
0,307	112,6	—	—	0,308	111,1	1,879	0,306	114,1	0,365	0,628
α		0,01157	0,01609			0,01325				0,00823
β_B		+0,018	+0,033			+0,066				+0,036
β_R		+0,044	+0,118			+0,072				−0,011
w		+4,0	+10,8			+6,5				−1,0
$\beta_B - \beta_R$		−0,026	−0,085			−0,006				+0,047

Bekanntlich hat Lord Rayleigh aus theoretischen Überlegungen gefunden, daß die Diffraktion an den Luftmolekülen den Werten λ^{-4} proportional sein muß. Da die Konstante β sehr klein ist, die Absorptionskoeffizienten also sehr nahe mit $1:\lambda^4$ gehen, so liefern demnach die Extinktionsbeobachtungen eine *außerordentlich gute Bestätigung des Rayleighschen Gesetzes.* Die Abweichungen jenseits 325 $\mu\mu$ sind zweifellos auf die beginnende Wirkung des Ozonbandes zurückzuführen, das

bekanntlich dem Sonnenspektrum bei 280 $\mu\mu$ ein Ende setzt. C. G. Abbot erhält von etwa 320 $\mu\mu$ an Werte für C, die kleiner sind als diejenigen, welche die Formel (I) liefert. Diese Werte sind durch diffuses Licht im Apparat verfälscht, wie Abbot selbst angibt.

Bei dieser Bestätigung des Rayleighschen Gesetzes ist nur das eine verwunderlich, daß die Proportionalitätskonstante α, welche zunächst nur von der Zahl der Luftmoleküle abhängen sollte, von Tag zu Tag veränderlich ist. Eine Erklärung hierfür ist aber folgende: Es ist natürlich, die Absorptionswirkung der Atmosphäre in zwei Bestandteile zu zerlegen, einen nur von den Luftmolekülen herrührenden, welcher genau der Rayleighschen Formel mit einem konstanten Proportionalitätsfaktor a folgt, und einen variablen Bestandteil, welcher von der Menge w fremder Beimengungen in der Luft abhängt. Man wird also zu setzen haben

$$\text{(II)} \qquad C = \frac{a}{\lambda^4} + w f(\lambda),$$

wobei a absolut konstant, w von Tag zu Tag variabel, $f(\lambda)$ gewissermaßen das Absorptionsspektrum der Beimengungen ist.

Das obige Ergebnis erklärt sich nun dadurch, daß auch die Absorption der Beimengungen sehr nahe dem Rayleighschen Gesetz folgt, in der Hauptsache also wohl Molekulardiffraktion ist.

F. E. Fowle[1]) hat aus einem, nicht bis zu so kleinen Wellenlängen und auch nicht bis zu so großen Luftmassen reichenden, aber sonst reichhaltigeren Beobachtungsmaterial die Verhältnisse näher analysiert und gefunden, daß als Beimengung hauptsächlich der Wasserdampf in Betracht kommt, und daß dessen Absorptionsspektrum durch die Formel

$$\text{(III)} \qquad f(\lambda) = \frac{b}{\lambda^4} + c = \frac{0{,}00067}{\lambda^4} + 0{,}011$$

wiedergegeben wird. Für die Absorption der reinen, trockenen Luft findet er $a = 0{,}00724$ für die Seehöhe 1727 m (613 mm

1) F. E. Fowle, Astrophys. Journ. 38. p. 392. 1913.

Barometerstand), woraus für Potsdam in 90 m Seehöhe (753 mm) folgt

$$a = 0{,}00724 \cdot \frac{753}{613} = 0{,}00889.$$

Meine Ergebnisse, auch für kürzere Wellenlängen als die, welche Fowle untersucht hat, sind hiermit in vorzüglicher Übereinstimmung. Denn mit dem Fowleschen Ansatz für $f(\lambda)$ (Formel (III)) hat man

$$\text{(IV)} \quad \begin{cases} C = \frac{a}{\lambda^4} + w\left(\frac{0{,}00067}{\lambda^4} + 0{,}011\right) \\ \qquad = \frac{0{,}00889 + 0{,}00067\,w}{\lambda^4} + 0{,}011\,w, \end{cases}$$

worin w die Menge des Wasserdampfes, ausgedrückt in Zentimetern des dem Wasserdampf äquivalenten niedergeschlagenen Wassers, bedeutet. Verglichen mit Formel (I) ergibt sich also:

$$\alpha = 0{,}00889 + 0{,}00067\,w \quad \text{und} \quad \beta = 0{,}011\,w.$$

Rechnet man nun mittels des beobachteten Wertes α aus der ersten dieser beiden letzten Gleichungen den Wasserdampfgehalt w und damit aus der zweiten Formel β, so gibt die Abweichung zwischen dem so gerechneten β_R und dem beobachteten β_B direkt die Abweichung der beobachteten Absorptionskoeffizienten C von den aus den Fowleschen Formeln folgenden. Diese Rechnungen sind an den in Tab. 5 gegebenen Reihen durchgeführt und die Resultate am Schlusse dieser Tabelle zusammengestellt. Man sieht, wie gering die Abweichungen $\beta_B - \beta_R$ namentlich für das Gesamtmittel aller Beobachtungsreihen sind.

Die völlige Übereinstimmung beider Darstellungen läßt also die Folgerung zu:

Die Extinktion im Ultravioletten läßt sich bis 325 μμ vollkommen durch eine reine Molekulardiffraktion, verbunden mit der ebenfalls hauptsächlich auf Molekulardiffraktion beruhenden, von Hrn. Fowle gefundenen Wasserdampfabsorption erklären.

Jenseits von 325 μμ dagegen zeigen die Beobachtungen eine vermehrte Extinktionswirkung, die wahrscheinlich dem dort beginnenden Einfluß des Ozonbandes zuzuschreiben ist.

Ich beabsichtige, die Messungen der Absorption an der Sonne noch mit einem reinen Quarzspektrographen, wenn möglich auch auf einer hohen Bergstation, bis an das Ende des erreichbaren Spektrums fortzuführen.

Da die Extinktionswirkung bei 307 $\mu\mu$ schon Beträge von zwei Größenklassen pro Luftmasse erreicht, so wird man jenseits von 300 $\mu\mu$ schon bei irdischen Entfernungen sicher meßbare Absorptionsbeträge für die Extinktion des Lichtes durch die freie Luft erhalten. Ich habe deshalb auch mit Versuchen begonnen, solche Messungen für Wellenlängen bis zu 240 $\mu\mu$ mit Hilfe von Aufnahmen auszuführen, die mit einer Quecksilberdampflampe und einem sehr lichtstarken reinen Quarzspektrographen aus einigen hundert Metern Entfernung erhalten worden sind.

Potsdam, Kgl. Astrophysisches Observatorium,
13. Mai 1914.

(Eingegangen 25. Juni 1914.)

4. *Über Methoden zur photographischen Spektralphotometrie der Röntgenstrahlen;* *von Walther Friedrich und Peter Paul Koch.*

§ 1. Vorbemerkungen.

Die Entdeckung der Beugung der Röntgenstrahlen an Kristallstrukturen durch Laue, Friedrich und Knipping hat zu einer Reihe wichtiger Fragen geführt, die zu ihrer Beantwortung eine Messung der Intensität von Röntgenstrahlen erfordern. Die hierher gehörigen Untersuchungen sind bisher wohl ausschließlich unter Verwendung von Ionisierungsmethoden ausgeführt worden mit der stillschweigenden Voraussetzung, daß die gemessene Ionisation der zu messenden Strahlenintensität proportional gesetzt werden dürfe. Dabei sind die Genauigkeitsansprüche an die Ergebnisse neuerdings bis auf Bruchteile von Prozenten gestiegen und selbst die sorgfältigen Versuche Angerers[1]) an Röntgenstrahlen, die von einer Platinantikathode emittiert wurden, ergaben für den Zusammenhang zwischen der auf eine Platinplatte auffallenden, bolometrisch gemessenen Röntgenstrahlintensität und der infolgedessen ausgesandten Elektronenzahl, resp. dem in einem Luftkondensator ausgelösten Ionisationsstrom Proportionalität nur mit einer Genauigkeit von einigen Prozenten. Auch scheinen exaktere diesbezügliche Messungen inzwischen nicht ausgeführt worden zu sein.

Angesichts dessen war es von Interesse festzustellen, ob nicht die Methode der photographischen Spektralphotometrie, die ja für manche Probleme der Optik — obgleich mit gewissen Kautelen — sich als ein so bequemes Meßhilfsmittel erwiesen hat, auch für eine einigermaßen exakte Messung von Röntgenstrahlenintensitäten ausgebildet werden kann. Dadurch

1) E. Angerer, Ann. d. Phys. 21. p. 87. 1906.

würde es möglich, die bisher mit Hilfe von Ionisierungsmessungen erhaltenen Resultate auf einem unabhängigen Wege nachzuprüfen und die verhältnismäßig einfach zu handhabende photographische Methode für neue Anwendungen nutzbar zu machen.

Der Zweck der vorliegenden Untersuchung war somit, für Röntgenstrahlen möglichst gut definierter Härte die Beziehung zwischen relativer Intensität und dadurch hervorgerufener Schwärzung festzustellen, und zwar innerhalb eines Gebietes von Härten, Expositionsdauern und Schwärzungen, wie sie etwa bei den obengenannten Problemen in Betracht kommen.

§ 2. Schema der Anordnung.

Als einfachste Möglichkeit zur Herstellung exakt berechenbarer relativer Röntgenstrahlenintensitäten bot sich von selbst das für photographische Photometrie gewöhnlichen Lichtes in Astronomie und Physik vielfach benutzte Röhrenphotometer.[1]) Es besteht aus einem Satz gleichlanger Röhren, die auf der der Lichtquelle zugewandten Seite Deckel mit Öffnungen verschiedener Größe tragen, während sich auf der abgewandten Seite die photographische Platte befindet. Richtet man dieses Röhrensystem gegen eine ausgedehnte, gleichmäßig von allen Punkten und nach allen Richtungen strahlende Fläche, dann ist die auf die photographische Platte fallende Intensität für jede Röhre proportional der Fläche der Deckelöffnung, wenn der Abstand Deckelöffnung—Platte für alle Röhren derselbe ist. Die einzige Voraussetzung hierbei ist, daß die zu messenden Strahlungen sich geradlinig ausbreiten.

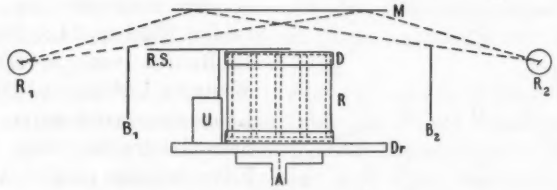
Als ausgedehnte, gleichmäßig strahlende Flächen dienten im vorliegenden Falle Metallbleche verschiedenen Materials, die von einer oder zwei Röntgenröhren zur Aussendung ihrer charakteristischen Fluoreszenzstrahlung angeregt wurden. Der Vorteil der Anordnung liegt in ihrer Unabhängigkeit von zeitlichen Schwankungen in der von den verwandten Röntgenröhren ausgesandten Strahlungsintensität.

Fig. 1 zeigt im Maßstab von ungefähr 1 : 15 die schließlich gewählte Aufstellung des Röhrenphotometers.

---

1) Vgl. z. B. K. Schaum, Photochemie u. Photographie, p. 108. J. A. Barth 1908.

R_1 R_2 bedeuten zwei Röntgenröhren. Die von diesen ausgehenden Strahlen fallen auf das als Sekundärstrahler dienende Metallblech M. Bleischirme B_1 B_2 verhindern, daß der Deckel D des Röhrenphotometers R, sowie die unmittelbar über diesesem liegende Luft von direkten Röntgenstrahlen getroffen wird. Um zu prüfen, ob das Talbotsche Gesetz für Röntgenstrahlen gültig ist, konnte am Röhrenphotometer ein rotierender Sektor $R\,S$ befestigt werden. In diesem Fall waren die Bleiblenden so gesetzt, daß die dem Photometer zugewandte



Schema der Anordnung. Maßstab 1 : 15.

Fig. 1.

Unterseite der Sektorscheiben nicht von direkten Röntgenstrahlen getroffen wurde. Bei Intensitätsgleichheit der von R_1 und R_2 ausgehenden Strahlen ergibt sich unter den benutzten Bedingungen rechnerisch eine gute Gleichmäßigkeit für die Beleuchtung des Sekundärstrahlers M durch die Primärstrahlen. Um jedoch die Voraussetzung der Intensitätsgleichheit nicht machen zu müssen, resp. um den Zwang zu einer Kontrolle derselben umgehen zu können, wurde während der Expositionen das Röhrenphotometer in gleichmäßiger Rotation um die Achse A des Drehtisches Dr erhalten.

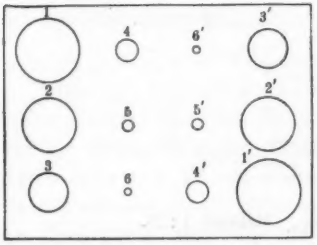
§ 3. Einzelheiten der Anordnung.

Die Röntgenröhren stammten von Gundelach-Gehlberg. Sie hatten verstärkte Wolframantikathode mit Luftkühlung und Gundelach-Funkenregenerierung. Betrieben wurden sie in Hintereinanderschaltung mit einem Idealapparat der Firma Reiniger, Gebbert und Schall bei einer Stromstärke von 0,003 bis 0,004 Amp. Bei Expositionen bis zu 10 Stunden funk-

tionierte die ganze Anlage durchweg störungslos, ohne die geringste Wartung zu erfordern.

Die sekundärstrahlenden Bleche, die in rund 10 cm Entfernung vom Deckel des Röhrenphotometers standen, hatten etwa 40 bis 50 cm Fläche und waren 1 bis 2 mm dick. Zur Benutzung kamen die Metalle Eisen, Blei, Zink, Zinn. Die drei erstgenannten waren technische Handelsware, das letztgenannte war Zinn „käuflich" von Kahlbaum.

Das Röhrenphotometer bestand aus einem massiven Bleiblock von 24 × 18 × 20 ccm, in den senkreckt zu den beiden Flächen 24 × 18 qcm 12 Röhren von je 4,7 cm Weite im Lichten und 20 cm Länge eingelassen waren. Um Sekundärstrahlen von den Röhrenwänden möglichst unschädlich zu machen, waren diese mit Aluminiumröhren von 0,5 mm Wandstärke ausgekleidet. Auf das Photometer paßten zwei miteinander vertauschbare Deckel aus 5 mm dickem Bleiblech. Der eine hatte 12 gleiche Löcher von je 14,9 mm Weite, der andere trug Löcher abgestufter Größe in der aus Fig. 2 hervorgehenden zweifachen Anordnung. Diese wurde gewählt teils zur Elimination der lokalen Inkonstanz der Plattenempfindlichkeit, teils für die Härtemessungen und für die Versuche mit dem rotierenden Sektor. Die Ränder der in den Bleideckeln befindlichen Löcher waren halbkreisförmig abgerundet, wie Fig. 3 zeigt.



Anordnung der Löcher im Deckel des Röhrenphotometers. Vgl. auch Tab. 1.

Fig. 2.

Querschnitt durch einen Lochrand im Photometerdeckel.

Fig. 3.

Das photographische Material von den Dimensionen 18 × 24 cm (Schleussners Röntgenspezialplatten, Schleussners Röntgenfilms oder Hauffs Röntgenplatten) lag etwa 1,5 cm vom Ende der Röhren entfernt, dem Lochdeckel parallel, der Gesamtabstand vom Deckel zur Platte betrug also ca. 22 cm. Bei einem Teil der Versuche waren die photographischen

Schichten in zwei Lagen schwarzen Papiers eingepackt. In diesem Fall waren die Deckellöcher offen. Bei einem anderen Teil wurden die Schichten ohne Papierumhüllung in Kassetten verwandt und den Röntgenstrahlen bei geöffnetem Kassettenschieber exponiert. Dabei waren die Öffnungen in den Deckeln mit löcherfreien Aluminiumfolien von 11,3 bzw. 23 μ Dicke verschlossen (ersteres bei dem Deckel mit verschieden großen, letzteres bei dem mit gleich großen Löchern), die mit dem Sphärometer so ausgesucht waren, daß die vorkommenden Dickendifferenzen 1 μ nicht überstiegen. Durch besondere Versuche wurde festgestellt, daß das Röhrenphotometer gut lichtdicht war und keine Streu-Röntgenstrahlen zur Platte kommen ließ.

Bei den Versuchen mit dem rotierenden Sektor wurde neben das Photometer auf den Drehtisch Dr ein Grammophonuhrwerk U (Fig. 1) aufgestellt, das die Bleisektoren von 5 mm Dicke, 17 cm Radius und passend gewähltem Sektorwinkel in einer Zeit von etwa 20 Sek. einmal vor der einen Deckelhälfte (Fig. 2) vorbeidrehte. Da der Idealapparat etwa 50 Stromimpulse pro Sekunde lieferte, war eine Fälschung der Ergebnisse durch etwaigen Synchronismus zwischen den Intermittenzen von Idealapparat und Sektor nicht zu befürchten.

Das etwa 70 kg wiegende Röhrenphotometer und gegebenenfalls der Sektor befanden sich auf dem durch einen kleinen Motor mit Vorgelege angetriebenen, ca. einmal in 2 bis 5 Sek. rotierenden Drehschemel Dr zwecks Eliminierung einer etwaigen Intensitätsverschiedenheit der beiden Röntgenröhren R_1 und R_2 (Fig. 1) während der Exposition (vgl. p. 401).

Das photographische Material wurde 8 Min. in Rodinal 1:10 mit viel Bromkalizusatz entwickelt, dann 15 Min. in fließendem Wasser gewässert, 10 Min. in saurem Fixierbad fixiert, hierauf eine Stunde gewässert (alles in voller Dunkelheit) und schließlich getrocknet.

Die Ausmessung der Schwärzungen erfolgte durchweg mit dem registrierenden Mikrophotometer des einen von uns [1]), und zwar wurden diese direkt an der Skala des Instruments abgelesen (nicht registriert). Durch einfaches Vorbeischieben der

1) P. P. Koch, Ann. d. Phys. 39. p. 705. 1912.

Schwärzungsfelder (von etwa 5 cm Durchmesser, vgl. p. 402) unter dem Mikroskopobjektiv konnte die Schwärzungskonstanz über die geschwärzten Flächen hin beurteilt und gegebenenfalls ein Mittelwert für die Ausschläge des Instruments geschätzt werden. Neben der Erhöhung der Sicherheit der Resultate gewann man so den Vorteil einer beträchtlichen Zeitersparnis gegenüber der Verwendung nichtmechanischer Photometer.

§ 4. Ergebnisse.

Die Bestimmung der Lochdurchmesser der in die beiden Photometerdeckel gebohrten Öffnungen erfolgte in der Weise, daß von einer in etwa 4 m Entfernung in der auf der Mitte des Deckels errichteten Normale aufgestellten Lichtquelle (kreisrundes Loch von ca. 1 mm Durchmesser, in eine Messingplatte von 2 mm Dicke gebohrt und von der Rückseite mit einem Nernststift beleuchtet) aus auf eine direkt mit dem Deckel in Kontakt gebrachte photographische Platte ein Schattenriß der Öffnungen aufgenommen wurde. Die Ausmessung der Schattenrisse geschah auf einer Teilmaschine je in zwei zueinander senkrechten Durchmessern, die gut untereinander übereinstimmten. Die Ergebnisse für den Deckel mit den verschieden großen Löchern stehen in Tab. 1. Bei dem Deckel mit gleichen Löchern fand sich, wie gesagt, der mittlere Durchmesser zu 14,9 mm mit Abweichungen für die Einzellöcher, die 0,15 mm entsprechend 2 Proz. Intensität nicht überschritten.

Tabelle 1.

Durchmesser der Löcher im Deckel des Röhrenphotometers.

Nr. des Lochs (vgl. Fig. 2)	Durchmesser des Lochs, gemittelt aus zwei zueinander senkrechten Richtungen mm	Relative Intensitäten der auf die photographische Platte fallenden Röntgenstrahlen, berechnet aus den Lochdurchmessern
1 und 1′	25,14	100,0
2 und 2′	20,18	64,4
3 und 3′	15,26	36,9
4 und 4′	8,02	10,2
5 und 5′	4,02	2,6
6 und 6′	1,98	0,6

Die geschilderte, etwas primitive, aber durch die Form der Lochränder bedingte Bestimmung der Lochdurchmesser dürfte kaum mit systematischen Fehlern behaftet sein, die über einige Promille auch für die kleinsten Löcher hinausgehen. Etwaige systematische Fehler kommen überdies für die Schlußresultate um so weniger in Betracht, als es für diese nur auf die relativen Werte der Lochdurchmesser ankommt.

Es bleibt noch die Frage, ob man für Röntgenstrahlen mit den gleichen Lochdurchmessern rechnen darf, wie für Licht. Daß dies tatsächlich gestattet ist, sieht man aus dem in Fig. 3 gegebenen Querschnitt eines Lochrandes. Denn Strahlen, die beispielsweise senkrecht zum Deckel, also parallel zur Achse der Photometerröhren einfallen, haben — exakte Richtigkeit der Halbkreisform des Lochrandquerschnittes vorausgesetzt — schon, wenn sie nur 0,002 mm vom Rande der Öffnung weg den Bleilochrand treffen, 0,1 mm Blei zu durchsetzen, um zur photographischen Platte zu gelangen. Dadurch wird selbst die härteste benutzte Eigenstrahlung, nämlich die des Zinns, schon auf weniger als 1 Proz. der auffallenden Intensität geschwächt, und ähnlich liegen die Verhältnisse für die andern in Betracht kommenden Richtungen der auffallenden Strahlen.

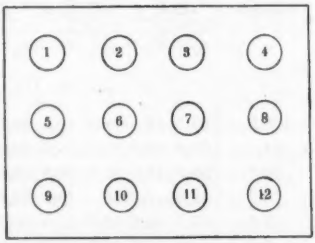
Um die für Herstellung einer Intensitätsskala mittels des Röhrenphotometers grundlegende Voraussetzung zu prüfen, daß der Strahler *M* (Fig. 1) unter den benutzten Bedingungen von allen Stellen und nach allen Seiten gleichmäßig Röntgenstrahlen emittiert, wurden im Verlauf der Untersuchungsreihe einige Aufnahmen mit dem mit gleichen Löchern versehenen Photometerdeckel ausgeführt. Dabei, wie bei allen anderen im folgenden mitzuteilenden Versuchen, rotierte, wie schon bemerkt (p. 403), das Röhrenphotometer unter dem strahlenden Blech einmal in ca. 2 bis 5 Sek. Die Ergebnisse der Prüfung der Grundvoraussetzung stehen in Tab. 2. Die Schwärzungen sind in Millimeter Ausschlag des Registrierphotometers angegeben, also zunächst in willkürlichem Maß. Es entsprechen bei den Schwärzungen der angeführten Platten 1 mm Ausschlagsdifferenz ganz roh gerechnet rund 5 Proz. Intensitätsänderung der auffallenden Röntgenstrahlen. Die Schleier-

Tabelle 2.

Prüfung auf Schwärzungsgleichheit der einzelnen Photometerfelder bei Benutzung des Photometerdeckels mit gleichen Löchern. Bezüglich Numerierung der Löcher vgl. Fig. 4.

		Feldnummer											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Platte RP_8. 310′ exponiert. 0,003 Amp. Zwei Röntgenröhren symmetrisch zum Photometer in je 45 cm von der Photometermitte, 10 cm unter Deckelniveau. Eisenblech als Sekundärstrahler. Schleußnerplatte in zwei Lagen Papier.	Schwärzung in mm des Photometers	40,8	39,5	40,5	38,5	40,0	39,5	40,0	40,5	40,5	40,0	39,5	37,5
	Schleierschwärzung	12,5	12,5	12,0	12,0	11,0	11,0	12,0	12,0	12,0	12,0	11,5	11,5
Platte RP_{17}. 220′ exponiert mit 0,0035 Amp. Röntgenröhren wie bei RP_8 angeordnet. Zinkblech als Sekundärstrahler. Schleußnerplatte offen in Kassette.	Schwärzung in mm des Photometers	44,3	44,0	44,3	44,3	44,3	44,2	44,0	42,3	44,4	45,0	45,0	44,3
	Schleierschwärzung	18,5	18,5	16,0	16,0	16,5	16,5	13,5	13,5	13,5	13,5	13,0	13,0
Platte RP_{22}. 452′ exponiert. Eine Röntgenröhre in 53 cm von Photometermitte. Antikathode 11 cm unter Deckelniveau. Zinkblech als Sekundärstrahler. Schleußnerfilm offen in Kass.	Schwärzung in mm des Photometers	65,4	65,6	65,8	65,5	65,8	65,8	66,5	66,0	65,0	65,8	65,8	66,0
	Schleierschwärzung	21,0	21,0	22,3	22,3	23,0	23,0	22,0	22,0	13,0	13,0	19,0	19,0

schwärzungen, die für jedes Feld angegeben sind, sind in dessen Nachbarschaft je an entsprechenden Stellen gemessen und geben, wie sich gezeigt hat, durch ihre Konstanz bzw. Nichtkonstanz ein leidliches, wenn auch nicht absolut sicheres Maß für die Zuverlässigkeit der Platte. Die drei Aufnahmen der Tab. 2 entsprechen zufälligerweise etwa dem Optimum an Konstanz der Plattenempfindlichkeit in der bisher vorliegenden Versuchsreihe.



Numerierung der Löcher im Photometerdeckel mit gleichen Löchern.

Fig. 4.

Wie man sieht, stimmen im allgemeinen die Schwärzungen der einzelnen Photometerfelder bei ungefähr 0,5 mm Meßgenauigkeit des Registrierphotometers durchweg recht gut miteinander überein. Die Maximalabweichungen bei diesen allerdings besten Platten sind nicht wesentlich größer als sie bei photographischer Photometrie gewöhnlichen Lichtes hie und da vorkommen. Man kann demnach auch für Röntgenstrahlen, hoffen durch Häufung von Beobachtungen eine Meßgenauigkeit von einigen Prozenten auf photographisch-photometrischem Weg zu erreichen. Soweit die Konstanz der Plattenempfindlichkeit geht, ergibt sich weiter aus Tab. 2 die Tatsache, daß die sekundärstrahlenden Bleche, ohne systematische Abweichungen nach ihren Rändern hin zu zeigen, von allen Stellen und nach allen Richtungen genügend gleichmäßig Röntgenstrahlen emittieren, daß sie also zum Drucken der Intensitätsskalen mit dem Röhrenphotometer einwandsfrei sind. Besonders wichtig für die bequeme Verwendung des Röhrenphotometers ist die durch Aufnahme $R\,P_{23}$ gefundene Tatsache, daß auch bei der unsymmetrischen Beleuchtung des Sekundärstrahlers mit nur einer Röntgenröhre die Photometerfelder infolge der Rotation des Röhrenphotometers während der Exposition gleiche Schwärzung erhielten. Schließlich fand sich hier wie bei den Aufnahmen der Tab. 3, daß die Ränder der Photometerfelder keine systematischen Schwärzungsunterschiede gegen die Feldermitten zeigten, ein Beweis, daß Sekundärstrahlungen

Tabelle

Zusammenstellung der gemessenen

Alle Aufnahmen sind mit zwei Röntgenröhren gemacht,

F. = Feld; Schl. = Schleier.

Relative Intensitäten	$R\,P_6$, Eisen 300′ 0,003 Amp. Schleußnerplatte in Papier		$R\,P_7$, Eisen 555′ 0,0035 Amp. Schleußnerplatte in Papier		$R\,P_8$, Eisen 550′ 0,0035 Amp. Schleußnerplatte in Papier		$R\,P_9$, Eisen 560′ 0,0035 Amp. Schleußnerplatte in Papier		$R\,P_{10}$, Eisen 365′ 0,003 Amp. Hauffplatte in Kassette		$R\,P_{11}$, Eisen 242′ 0,0035 Amp. Hauffplatte in Kassette		$R\,P_{12}$, Eisen 270′ 0,003 Amp. Schleußnerplatte in Kassette	
	F.	Schl.	F.	Schl.	F.	Schl.	F.	Schl.	F.	Schl.	F.	Schl.	F.	Schl.
100,0	63,5	47,8	66,8	49,5	68,5	55,2	68,5	54,0	69,5	48,7	66,7	46,5	68,5	55,0
64,4	61,0	46,8	65,5	51,0	68,0	59,0	67,0	54,5	65,5	47,3	62,0	41,0	65,8	54,5
36,9	55,5	45,6	62,0	50,8	66,5	60,0	64,5	55,3	63,0	48,5	58,5	41,0	63,0	53,5
10,2	49,3	47,8	53,5	49,5	60,8	55,2	58,5	54,0	54,5	48,3	48,8	46,5	58,8	55,0
2,6	47,5	46,8	52,0	51,0	60,2	59,0	56,3	54,5	48,5	47,3	42,5	41,0	56,0	54,5
0,6	46,0	45,6	50,5	50,8	60,0	60,0	55,5	55,3	49,5	48,5	44,0	41,0	54,5	53,5
0,0 = Schl. Mittel	47,0		50,2		57,3		54,5		48,2		42,8		54,4	
Dunkeleinstellung	73,5		73,4		73,4		73,3		73,4		73,2		73,3	
Hellausschlag	3,6		2,9		2,4		1,8		1,5		1,4		2,4	

Tabelle 4.

Intensitäts-Schwärzungskurven in absolutem Maß.

Relative Intensitäten	Schwärzungen in absolutem Maß in den Feldern:													
	$R\,P_6$ Eisen	$R\,P_7$ Eisen	$R\,P_8$ Eisen	$R\,P_9$ Eisen	$R\,P_{10}$ Eisen	$R\,P_{11}$ Eisen	$R\,P_{12}$ Eisen	$R\,P_{14}$ Zinn	$R\,P_{15}$ Blei	$R\,P_{16}$ Zink	$R\,P_{18}$ Zinn	$R\,P_{19}$ Zink	$R\,P_{20}$ Blei	$R\,P_{21}$ Zink	$R\,P_{22}$ Blei
100,0	0,85	1,03	1,16	1,17	1,27	1,04	1,17	1,03	1,38	1,51	1,00	1,15	0,92	1,72	1,20
64,4	0,75	0,95	1,12	1,05	0,96	0,81	0,98	0,85	1,09	1,20	0,90	1,01	0,79	1,33	1,16
36,9	0,59	0,79	1,01	0,91	0,84	0,69	0,84	0,71	0,88	0,91	0,79	0,88	0,68	0,99	1,06
10,2	0,46	0,55	0,75	0,68	0,58	0,47	0,69	0,54	0,68	0,64	0,52	0,78	0,51	0,75	0,96
2,6	0,43	0,52	0,73	0,62	0,46	0,37	0,61	0,47	0,58	0,49	0,47	0,71	0,46	0,57	0,87
0,6	0,41	0,49	0,72	0,61	0,48	0,39	0,57	0,45	0,53	0,45	0,52	0,68	0,47	0,48	0,82
0,0 (Schl.)	0,42	0,48	0,64	0,58	0,45	0,38	0,57	0,45	0,54	0,44	0,47	0,69	0,46	0,47	0,71

3.

Intensitäts-Schwärzungskurven.
die symmetrisch zum Sekundärstrahler standen.
Ausschläge in Millimeter.

	RP_{15}, Zinn 555′ 0,008 Amp. Schleußnerplatte in Kassette		RP_{18}, Blei 405′ 0,004 Amp. Schleußnerplatte in Kassette		RP_{19}, Zink 325′ 0,0035 Amp. Schleußnerplatte in Kassette		RP_{20}, Zinn 540′ 0,008 Amp. Schleußnerplatte in Kassette		RP_{19}, Zink 215′ 0,0035 Amp. Schleußnerplatte in Kassette		RP_{20}, Blei 375′ 0,0035 Amp. Schleußnerplatte in Kassette		RP_{21}, Zink 405′ 0,004 Amp. Schleußnerfilm in Kassette		RP_{22}, Blei 445′ 0,0035 Amp. Schleußnerfilm in Kassette	
	F.	Schl.	F.	Schl.	F.	Schl.	F.	Schl.	F.	Schl.	F.	Schl.	F.	Schl.	F.	Schl.
5	66,9	48,3	70,4	53,3	71,3	48,3	65,8	46,9	68,3	58,9	64,5	47,3	71,8	50,4	68,8	61,6
8	63,5	48,0	67,6	52,8	69,0	46,8	64,0	48,3	66,4	58,5	61,5	47,0	69,8	48,3	68,3	62,0
0	59,6	48,3	63,8	52,0	64,8	46,8	61,3	51,0	64,0	58,4	57,8	48,5	65,8	46,5	67,0	60,0
8	53,2	48,3	58,4	53,3	57,2	48,0	51,2	46,8	61,5	58,8	50,4	47,3	59,8	50,0	65,8	61,3
0	49,5	48,0	54,3	52,8	50,5	46,8	48,5	48,3	59,5	58,5	48,0	47,0	53,5	48,3	63,5	62,0
5	48,3	48,3	52,0	52,0	48,0	46,8	51,0	51,0	58,4	58,4	48,5	48,5	49,0	46,5	62,5	60,0
4,4	48,2		52,8		47,4		48,5		58,6		47,6		48,7		61,2	
3,3	73,5		73,4		73,5		73,2		73,3		73,3		73,2		73,3	
2,4	2,4		1,2		2,2		0,0		2,1		0,0		0,1		1,1	

von den Wänden des Röhrenphotometers praktisch keine Rolle spielen (vgl. p. 402).

In Tab. 3 findet man als Hauptergebnis der Arbeit die Zusammenstellung sämtlicher bisher erhaltener Schwärzungskurven. Kolonne 1 gibt die relativen aus den Lochdurchmessern des Röhrenphotometers berechneten Intensitäten und die übrigen Kolonnen die hierfür gefundenen mit dem Registrierphotometer gemessenen Schwärzungsausschläge.

Diese sind für sämtliche Platten direkt miteinander vergleichbar, da jedesmal die Dunkeleinstellung des Registrierphotometers (wobei gar kein Licht auf die Zuleitungszelle Z_1, Fig. 1 Ann. **39**. p. 707 1912 fällt) sowie der Hellausschlag (wobei sich zwischen Nernstlampe N und Zelle Z_1 überhaupt keine Platte befindet) angegeben ist. Die Platten 8,11, 18, 21, 22 sind als typisch schlecht zu bezeichnen.

Tab. 4 gibt für die in Tab. 3 behandelten Platten zu den relativen Intensitäten, die wieder in Kolonne 1 angeschrieben sind, die durch sie erzeugten Schwärzungen S in absolutem Maß. Die letzteren sind definiert als

$$S = \overset{10}{\log} \frac{J}{J_0}$$

wobei J_0 die beim Messen mit dem Registrierphotometer auf die zu messende Schwärzungsstelle auffallende und J die von dieser Stelle durchgelassene Lichtintensität bedeuten. Dabei sind die genannten Intensitäten den Elektrometerausschlägen des Registrierphotometers, gerechnet von der Dunkeleinstellung an (vgl. p. 409), proportional gesetzt, was, wie besondere Versuche zeigten, mit genügender Genauigkeit gestattet war.

Bezüglich der Fehlerquellen, durch die die Werte der Tabb. 3 und 4 beeinflußt sein könnten, kommt außer der schon besprochenen etwaigen Inkonstanz der Plattenempfindlichkeit vor allem die Möglichkeit in Betracht, daß neben den gewollten Sekundärstrahlen, die von dem Blech M (Fig. 1) herkommen, noch andere von den primären oder sekundären Röntgenstrahlen getroffene Objekte Sekundär- oder Tertiärstrahlen nach der photographischen Platte senden. Als solche kämen in Betracht 1. die Luft zwischen dem Blech M und der Oberseite des Röhrenphotometers R, dann 2. die Aluminiumfolien, die bei einem Teil der Versuche die Löcher des Photometers bedeckten (vgl. p. 403), 3. die Lochränder selbst, 4. die Wände der Röhren im Röhrenphotometer (vgl. p. 402) sowie 5. die Luft in diesen Röhren, gegebenenfalls 6. die Lagen Papier, in die die Platten bei einzelnen Versuchen eingewickelt waren (vgl. p. 402) und schließlich 7. der Boden der Holzkassette und der Verschlußbleideckel auf der Unterseite des Photometers, auf den die durch die photographische Platte durchgegangenen Röntgenstrahlen auffielen. Eine quantitative Diskussion aller dieser Möglichkeiten würde wohl sehr schwierig und obendrein nur ungenau durchzuführen sein. Glücklicherweise sind sie aber entweder belanglos, weil sie an den relativen Werten der durch die einzelnen Röhren kommenden Intensitäten nichts ändern wie 1., 2., 6. und 7., oder sie sind als Tertiärstrahlen von geringer Intensität wie 2. bis 7. inkl.

Deshalb wurde eine Korrektion im vorliegenden Falle nicht angebracht. Bezüglich einer etwaigen Absorption der Röntgenstrahlen auf dem Wege vom Blech M (Fig. 1) zur photographischen Platte ist gleichfalls zu sagen, daß dadurch die Intensitäten für alle Photometerfelder im gleichen Verhältnis geschwächt werden und eine Korrektion dafür somit entfällt.

Vor einer näheren Diskussion des Inhalts der Tabb. 3 u. 4 seien zunächst noch kurz die Ergebnisse der Härtemessungen sowie der Versuche mit dem rotierenden Sektor mitgeteilt.

Die Härtemessung für die vom sekundärstrahlenden Blech M (Fig. 1) kommenden Röntgenstrahlen wurde auf photographisch-photometrischem Wege ausgeführt. Zu diesem Zweck wurden meist drei Löcher der einen Hälfte des Löchersatzes im Deckel (vgl. Fig. 2) mit Aluminiumfolien geeignet gewählter verschiedener Dicken bedeckt, die meist zwischen den relativen Grenzen 1 und 6 lagen, während die Öffnungen der anderen Lochsatzhälfte zur Bestimmung der Intensitäts-Schwärzungsbeziehung in der gewöhnlichen Weise benutzt wurden. Die Ergebnisse waren zum Teil mit sehr großen zufälligen Fehlern behaftet, herrührend von der Inkonstanz der Plattenempfindlichkeit. Immerhin ergab sich für die benutzte Eisenstrahlung ein Mittelwert für die Absorption in Aluminium von $\mu = 320$; für Zink $\mu = 78$; für Blei $\mu = 54$ und für Zinn $\mu = 3$, wobei μ definiert ist durch die Gleichung: $J = J_0 \cdot e^{-\mu \cdot x}$. J_0 ist die auf das Aluminiumblatt auffallende Intensität, J die durchgelassene und x die Dicke des Aluminiumblattes in Zentimeter. Diese Ergebnisse befinden sich in leidlicher Übereinstimmung mit den von Barkla[1]) durch Ionisationsmessungen gefundenen Werten: $\mu = 240$ für Eisen, $\mu = 106$ für Zink, $\mu = 54$ für Blei L-Reihe und $\mu = 4$ für Zinn.

Da die oben gefundenen Härtewerte zur Charakterisierung der in den Tabb. 3 und 4 benutzten Strahlungen genügen und es sich außerdem gezeigt hat, daß die gemessenen Schwärzungskurven in ihrem Charakter nicht merklich von der Härte abhängen (vgl. p. 414), kann man sich vorläufig bei den angegebenen Werten begnügen. Es wäre ja daran zu denken, daß die hier benutzten sekundärstrahlenden Metallbleche als Han-

1) C. G. Barkla, Phil. Mag. 22. p. 396. 1911.

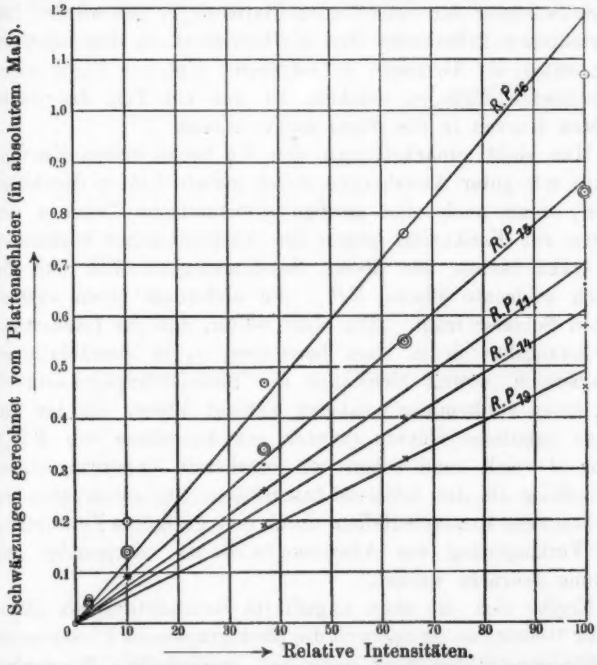
delsware weitgehend mit anderen Metallen verunreinigt sein könnten und infolgedessen ein Strahlengemisch sehr verschiedener Härte aussenden. Dann würde μ mit der Dicke der zur Absorption benutzten Aluminiumblätter variieren und als komplizierender Faktor käme die unbekannte Abhängigkeit der Schwärzung von der Härte pro Einheit auf die photographische Schicht auffallender bzw. in der Schicht absorbierter Energie hinzu. Diese Schwierigkeit kommt übrigens in ganz analoger Weise bei Messungen mit der Ionisierungsmethode ins Spiel.

Bei den Messungen mit dem rotierenden Sektor diente wieder wie bei den Härtemessungen der eine Satz Öffnungen auf der einen Hälfte des Lochdeckels zum Festlegen der Intensitäts-Schwärzungskurve, während über der anderen Hälfte der rotierende Sektor kreiste. Auch die mit dem Sektor erhaltenen Resultate sind sehr durch die Inkonstanz der Plattenempfindlichkeit beeinflußt und zwar dann durchweg in systematischer Weise, indem im Falle der Inkonstanz meist die Empfindlichkeit von der einen nach der anderen Plattenhälfte hin ab- oder zunimmt. Die Folge davon ist, daß in manchen Fällen die unter dem Sektor erhaltenen Schwärzungen systematisch eine stärkere Intensitätsschwächung der Röntgenstrahlen anzeigten, als sich aus der Sektoröffnung berechnete, in anderen eine geringere. Würde man aus sämtlichen Aufnahmen (8 an Zahl) das Mittel nehmen, so würde sich auf einige Prozent genau die Gültigkeit des Talbotschen Satzes für Röntgenstrahlen und die photographische Platte ergeben, analog wie sie A. E. Weber[1]) für Licht feststellen konnte.

Es war ursprünglich beabsichtigt, für den Fall der Gültigkeit des Talbotschen Gesetzes dieses den geplanten weiteren photographisch-photometrischen Untersuchungen an Röntgenstrahlen zugrunde zu legen, also die Intensitäts-Schwärzungskurven mit einem geeignet gestalteten rotierenden Sektor zu drucken. Nach den im folgenden zu besprechenden einfachen Ergebnissen der Tabb. 3 u. 4 ist jedoch wohl die dauernde Verwendung des Röhrenphotometers vorzuziehen. Deshalb wird auch für die Messungen mit dem rotierenden Sektor von der ins einzelne gehenden Mitteilung der Resultate abgesehen.

1) A. E. Weber, Dissert. München 1913.

In einem gewissen Zusammenhang mit diesem Befund stehen übrigens die Ergebnisse von Kröncke[1]), der für Röntgenstrahlen das Bunsen-Roscoesche Gesetz über Äquivalenz von Expositionsdauer und Strahlenintensität erfüllt findet.



Intensitäts-Schwärzungskurven für Röntgenstrahlen verschiedener Härte. ⊙ Zink RP_{16}; × Zink RP_{19}; • Eisen RP_{11}; + Zinn RP_{14}; ◎ Blei RP_{15}.
Fig. 5.

Kommen wir nunmehr zu den Ergebnissen der Tab. 3 u. 4 zurück, so liegt ein Hauptinteresse im Vergleich der mit Röntgenstrahlen verschiedener Härte erhaltenen Intensitätsschwärzungskurven. Diese sind insofern nicht ohne weiteres aufeinander beziehbar, als die gemittelte Schleierschwärzung ebenso wie die Schwärzung des dunkelsten Feldes bei den verschiedenen Aufnahmen innerhalb beträchtlicher Grenzen

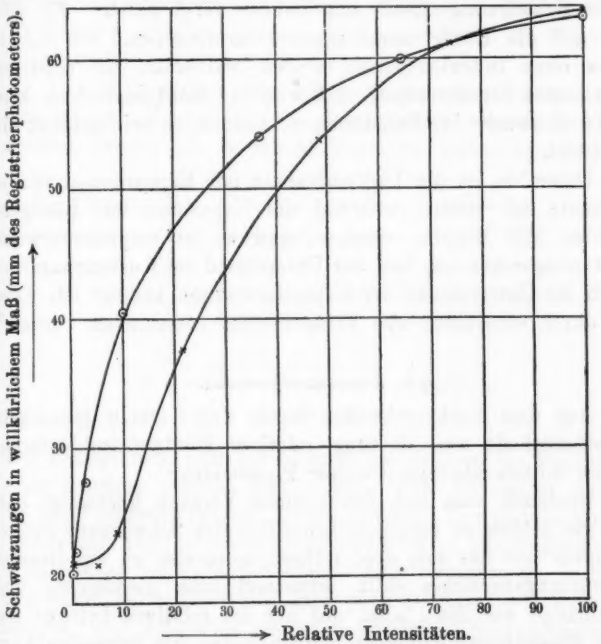
1) H. Kröncke, Ann. d. Phys. 43. p. 687. 1914.

variiert. Deshalb ist für Fig. 5, um alle Intensitätsschwärzungskurven vom gleichen Nullpunkt ausgehen zu lassen, eine Parallelverschiebung der Kurven in der Art vorgenommen, daß von den Schwärzungen der Photometerfelder jedesmal die mittlere Schwärzung der betreffenden Platte abgezogen wurde. Die so erhaltenen Differenzen sind als Ordinaten zu den relativen Intensitäten als Abszissen aufgetragen. Um die Figur nicht zu unübersichtlich zu machen, ist nur ein Teil der beobachteten Kurven in die Figur aufgenommen.

Man sieht zunächst, daß sich die beobachteten Kurvenpunkte mit guter Annäherung durch gerade Linien darstellen lassen, wenn auch eine geringe systematische Tendenz der Kurven zur Konkavität gegen die Abszissenachse vorhanden ist. Ganz heraus aus dieser Gesetzmäßigkeit fällt nur die typisch schlechte Platte RP_{22}, die außerdem einen extrem dichten Schleier trägt. Man sieht weiter, daß die Intensitäts-Schwärzungskurven in dem benutzten, recht beträchtlichen Härtebereich, soweit überhaupt die Beobachtungsgenauigkeit geht, einen vollkommen analogen Verlauf zeigen. In der Tat können sämtliche Kurven (wieder mit Ausnahme von RP_{22}), soweit sie sich nicht schon von vornherein dadurch decken, daß zufällig die den relativen Intensitäten 100 entsprechenden Schwärzungen zusammenfallen, durch eine geeignete Verkürzung oder Verlängerung des Abszissenmaßstabes miteinander zur Deckung gebracht werden.

Ergibt sich die eben angeführte Beobachtung als allgemeines Gesetz, so ist dadurch die photographische Photometrie der Röntgenstrahlen ganz wesentlich vereinfacht. Es genügt dann beispielsweise für quantitative Untersuchungen innerhalb der Gesamtheit eines Röntgenspektrums, die Intensitätsskala mittels des Röhrenphotometers für eine mittlere Wellenlänge zu drucken. Allerdings, und darauf sei besonders hingewiesen, ist es wesentlich, daß die auf Intensitäten auszuwertenden Schwärzungsfelder mit Röntgenstrahlen identischer Härtezusammensetzung belichtet sind, eine Bedingung, die ja jederzeit leicht verifiziert werden kann. Andernfalls kommt die unbekannte Abhängigkeit der Schwärzung für gleiche Energiebeträge von Röntgenstrahlen verschiedener Härte in Betracht und könnte zu schweren Fehlern Veranlassung geben (vgl. p. 412).

Angesichts des großen Beobachtungsmaterials, das schon in Interferenzaufnahmen nach Friedrich-Knipping-Laue sowie in Röntgenspektrogrammen niedergelegt ist, ist aber auch die Tatsache der angenäherten Geradlinigkeit der Kurven in Fig. 5 von einigem Interesse. Man kann nämlich auf Grund dieses Verlaufs auch aus Aufnahmen, mit denen nicht



Intensitätsschwärzungskurven für Röntgenstrahlen ⊙ und Licht ×.
Fig. 6.

gleichzeitig eine Intensitätsskala hergestellt wurde (wenigstens innerhalb des benutzten Gebietes von Expositionsdauern und Schwärzungen und für das benutzte photographische Material), aus den Schwärzungen quantitative Beziehungen entnehmen, ohne Fehler befürchten zu müssen, die hoch gegriffen (abgesehen von der Inkonstanz der Plattenempfindlichkeit) 10 Proz. Intensität übersteigen.

Zum Schluß ist in Fig. 6 eine typische, mit Röntgenstrahlen

aufgenommene Intensitäts-Schwärzungskurve (RP_{16}) mit einer solchen, die mit Licht erhalten wurde, zusammengestellt. Abszissen sind relative Intensitäten, Ordinaten Schwärzungen in Millimeter Ausschlag des Registrierphotometers. Beide Kurven sind kurz nacheinander bei der gleichen Empfindlichkeit des Photometers ausgemessen, also auch in bezug auf absolute Schwärzung direkt miteinander vergleichbar. Es fällt auf, daß die Röntgenstrahlenkurve im Gegensatz zur Lichtkurve ohne Inflexionspunkt in den Nullpunkt der relativen Intensitäten hineinverläuft, daß also für Röntgenstrahlen kein „Schwellenwert" der Belichtung vorhanden zu sein scheint wie für Licht.

Immerhin ist die Lichtaufnahme mit Expositionen von je 1 Minute hergestellt, während die Exposition mit Röntgenstrahlen 325 Minuten dauerte, und es ist empirischerweise nicht ausgeschlossen, daß der Unterschied im Kurvencharakter durch die Unterschiede der Expositionszeiten bedingt ist. Dies soll durch eine besondere Versuchsreihe entschieden werden.[1])

§ 5. Zusammenfassung.

Aus dem Vorhergehenden ergibt sich folgende günstigste Arbeitsmethode zur Messung relativer Röntgenstrahlenintensitäten mittels photographischer Photometrie:

Nachdem man sich durch einen Versuch überzeugt hat, daß die größte zu messende Intensität eine Schwärzung liefert, die innerhalb des mit dem Röhrenphotometer zu erhaltenden Schwärzungsbereiches fällt, exponiert man gleichzeitig und gleichlange wie die Platte, auf der die relativen Intensitäten einer Erscheinung gemessen werden sollen (im folgenden kurz Meßplatte genannt), im Röhrenphotometer eine weitere Platte,

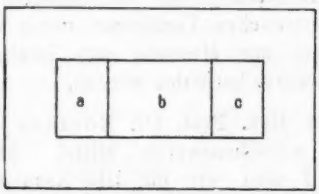
---

1) *Anmerkung bei der Korrektur:* Derartige Versuche hat inzwischen Hr. P. Schepelew gemeinsam mit dem einen von uns (P. P. Koch) angestellt. Dabei ergab sich, daß der charakteristische Unterschied der beiden Kurven Fig. 6 tatsächlich von den Röntgenstrahlen herrührt. Denn Aufnahmen mit Licht mittels des Röhrenphotometers zeigten unter Benutzung sonst der gleichen Umstände wie bei Röntgenstrahlen (Expositionsdauern bis $4^1/_4$ Stunden, gleiches Plattenmaterial und zwar unter anderem Schleussners Spezial-Röntgenplatten, gleiche Art der Entwickelung) stets den Inflexionspunkt der Lichtkurve der Fig. 6.

die die Intensitätsskala aufnimmt (Photometerplatte). Das letztere kann etwa in folgender Weise geschehen.

Von der Röntgenröhre aus, die die Strahlen für die Meßplatte liefert, bestrahlt man ein Blech geeigneten Materials, das eine Sekundärstrahlung mittlerer Härte, verglichen mit dem zur Aufnahme der Meßplatte benutzten Härtebereich, aussendet. Das Röhrenphotometer, das gegen direkte Strahlung der Röhre möglichst geschützt ist, wird während der Exposition in dauernder Rotation erhalten.

Die Dimensionen des Röhrenphotometers können unbeschadet der zu erwartenden Genauigkeit wesentlich kleiner gewählt werden als in den vorliegenden Versuchen, nachdem



a, c = Photometerplatten; b = Meßplatte.

Fig. 7.

sich gezeigt hat, daß die Wände der Röhren im Photometer keine Störung ergeben (vgl. p. 407). Ein Format 9×12 cm für die Photometerplatte dürfte genügen. Zur Elimination der Inkonstanz der Plattenempfindlichkeit ist es zweckmäßig, zwei Löcherreihen im Photometerdeckel beizubehalten, wie in Fig. 2, und unter jeden Lochreihensatz je eine Platte 6×9 cm einzulegen, die aus einer größeren Platte so herausgeschnitten sind, daß die Meßplatte das Verbindungsstück zwischen beiden bildet (vgl. Fig. 7).

Meß- und Photometerplatten werden naturgemäß gleichzeitig in denselben Bädern entwickelt, fixiert und gewässert.

Die Schwärzungsmessung kann mit jedem Photometer in willkürlichem Maß erfolgen, da ja die Photometerplatte die Beziehung relative Intensitäts-Schwärzung in diesem Maße liefert.

Um für Aufnahmen, die ohne gleichzeitige Anfertigung einer Intensitätsskala aufgenommen sind, aus den Schwärzungen

relative Intensitäten zu schätzen mit einem Fehler, der etwa 10 Proz. nicht übersteigt, genügt es, die Schwärzungen in absolutem Maß gemäß der Definition auf p. 410 festzustellen. Eine Gerade, die dann eine bestimmte Schwärzung mit der Schleierschwärzung verbindet, liefert für alle Schwärzungszwischenwerte gemäß Fig. 5 die zugehörigen relativen Intensitäten. Dabei ist speziell zu betonen, daß diese Regel als rein empirisch vorläufig nur für die bis jetzt benutzten photographischen Schichten und innerhalb der untersuchten Schwärzungsgebiete (ca. 0,4—1,7 absolut) und für Expositionsdauern von ca. 3—10 Stunden im Härteintervall $\mu = 4$ bis $\mu = 300$ geprüft worden ist.

Über die Benutzung des hier ausgearbeiteten photographisch-photometrischen Verfahrens unter Verwendung des Röhrenphotometers zur Messung von Röntgenstrahlenintensitäten soll demnächst berichtet werden.

Wir danken Hrn. Prof. Dr. Röntgen für Gewährung aller irgendwie wünschenswerter Mittel. Auch Hrn. Prof. Dr. Sommerfeld sind wir für Überlassung einiger Hilfsapparate zu Dank verpflichtet.

München, Physikalisches Institut der Universität,
20. Mai 1914.

(Eingegangen 10. Juni 1914.)

5. *Konstante Differenzen in den Linienspektren; von Emil Paulson.*

In allen Spektren tritt häufig die Erscheinung der konstanten Schwingungsdifferenzen zwischen einzelnen Linienpaaren und Linienkomplexen auf. Kayser sieht im Auftreten dieser Differenzen eine Gesetzmäßigkeit besonderer Art; andere wie Paschen halten sie im Sinne des Ritzschen Kombinationsprinzips nur für Nebenprodukte der Serien.

In jedem Falle bildet die Aufsuchung der konstanten Schwingungsdifferenzen den ersten Schritt für die Erforschung eines komplizierten Spektrums. Wenn diese einmal gefunden sind, können Untersuchungen auf Zeemaneffekt weiteren Aufschluß über die Verwandtschaft der Linien geben, und demnach auch die Serien erhalten werden.

Die Berechnung der konstanten Schwingungsdifferenzen ist aber für ein linienreiches Spektrum ungeheuer mühsam. Solche Berechnungen hat Kayser[1]) für die Spektren von Zinn, Blei, Arsen, Antimon, Wismut, Palladium, Platin und Ruthenium vorgenommen. Eine Untersuchung in gleicher Hinsicht von den Spektren des Argons und Rhodiums ist von Rydberg[2]) bzw. Snyder[3]) gemacht.

In einer neuerdings erschienenen Arbeit[4]) habe ich ein sehr einfaches mechanisches Hilfsmittel beschrieben, das ohne besondere Schwierigkeiten gestattet, die konstanten Schwingungsdifferenzen auch in linienreichen Spektren zu ermitteln. In der fraglichen Arbeit werden die Ergebnisse einer Untersuchung von 40 Spektren nach der angegebenen Methode angeführt. Da die mir zur Verfügung stehende Zeit nur kurz war, mußte ich die Untersuchung auf die stärksten Linien jedes

1) H. Kayser, Handb. 2. p. 573. Abh. der Berl. Akad. 1897.
2) J. R. Rydberg, Astr. Journ. 6. Nr. 4. p. 338. 1897.
3) C. P. Snyder, Astr. Journ. 14. Nr. 3. p. 179. 1901.
4) E. Paulson, Beiträge zur Kenntnis der Linienspektren. Diss. Lund. 1914.

Spektrums beschränken, und nur in einzelnen Fällen ist eine größere Anzahl Linien einbezogen. Es scheint mir dies auch am meisten zweckmäßig, da, wenn die Differenzen zwischen den stärksten Linien bereits gefunden worden sind, die Ermittelung der übrigen hierzu gehörigen Linien keine Schwierigkeiten bereitet.

Hierunter folgen die Ergebnisse für einige der am genauesten untersuchten Spektren: Phosphor, Scandium, Titan, Eisen, Kobalt, Germanium, Brom, Krypton, Yttrium und Niobium. Die Ergebnisse für einige andere Spektren werden im Astr. Journ. veröffentlicht.

Das Zahlenmaterial ist natürlich Kaysers vorzüglichen Tabellen (Handb. d. Spektroskopie **5, 6.**) entnommen. Wo Messungen in Tausendstel vorliegen, sind diese, jedoch unter Kürzung auf Hundertstel, benutzt. In den übrigen Fällen habe ich mich nicht an einen einzelnen Autor gehalten, sondern die am genauesten erscheinenden Angaben ausgewählt. Die Intensitäten werden meist nach Exner und Haschek angegeben.

Die Schreibweise ist folgende: Zuerst die Wellenlängen, dann in Klammern die Intensitäten und zuletzt die Schwingungszahlen und die Differenzen.

1. Phosphor.

Die Untersuchung wurde auf 50 Linien erstreckt und dabei wurden folgende Regelmäßigkeiten entdeckt.

Zahlen nach Geuter.

5296,26 (8)	18881,24	451,90	
5426,13 (7)	18429,34		699,16
5499,92 (7)	18182,08	247,26	
5191,57 (6)	19262,00	451,75	
5316,25 (7)	18810,25		699,03
5387,07 (7)	18562,97	247,28	
4530,95 (7)	22070,42		
4679,12 (6)	21371,54		698,88
4414,45 (6)	22652,98	451,63	
4504,23 (3)	22201,35		698,98
4554,98 (6)	21954,00	247,35	
5155,01 (3)	19398,60		
5461,06 (6)	18311,46	1087,14	
4969,82 (7)	20121,45		
5253,65 (8)	19034,39	1087,06	

4602,14 (8)	21729,02		
4844,43 (3)	20642,26	1086,76	
4452,61 (6)	22458,74		
4679,12 (6)	21371,54	1087,20	
4059,42 (6)	24634,06		
4246,84 (7)	23546,92	1087,14	
3562,62 (3)	28069,23		
3706,20 (7)	26981,81	1087,42	
3347,85 (6)	29869,91		
3474,29 (5)	28782,85	1087,06	
4558,21 (6)	21938,43		
88,08 (8)	795,61	142,82	
4475,43 (7)	22344,22		
4504,23 (3)	201,35	142,87	

2. Scandium.

Das Spektrum besitzt nach Exner und Haschek 34 Linien mit Intensitäten von 10 und darüber. Hier gelang es, 22 gesetzmäßig gelagerte Linien zu finden:

4314,31 (30)	23178,68		
4374,69 (20)	22858,76	319,92	
3572,73 (30)	27989,81		
3614,00 (30)	27670,17	319,64	
4320,98 (20)	23142,90		
4400,63 (20)	22724,01	418,89	
3590,67 (15)	27849,95		
3645,50 (15)	27431,08	418,87	
3576,53 (20)	27960,07		
3630,93 (20)	27541,15	418,92	
4325,22 (20)	23120,21		
4415,78 (20)	22646,06	474,15	
3589,81 (10)	27856,63		
3652,01 (10)	27382,18	474,45	
3581,11 (10)	27924,30		
3642,99 (20)	27449,98	474,32	
4020,60 (20)	24871,91		
4023,88 (30)	24851,63	20,28	
3911,94 (30)	25562,77		
3915,09 (30)	25542,19	20,58	
3359,84 (10)	29763,32		
3362,12 (10)	29743,14	20,18	

3. Titan.

In diesem Spektrum haben nach Exner und Haschek 95 Linien Intensitäten, die 10 oder mehr betragen. Bei Untersuchung dieser Linien fand ich folgende gesetzmäßig gelagert:

5173,92 (15)	19327,71		
5193,14 (20)	19256,17	71,54	
4981,92 (20)	20072,58		
4999,69 (20)	20001,24	71,34	
4512,91 (15)	22158,65		
4527,49 (15)	22087,29	71,36	
5173,93 (15)	19327,67	71,50	
5193,14 (20)	19256,17		135,87
5210,56 (20)	19191,80	64,37	
4991,25 (20)	20035,06		
5007,40 (20)	19970,44	64,62	
4522,98 (15)	22109,32		
4536,23 (20)	22044,73	64,59	
4289,24 (10)	23314,15		
4301,24 (15)	23249,11	65,04	
3635,61 (15)	27505,70		
3653,66 (15)	27369,81	135,89	

Zwischen diesen Linien bestehen noch andere Beziehungen, wie aus dem folgenden zu ersehen ist:

5007,40 (20)	19970,44	
5210,56 (20)	19191,80	778,64
4991,25 (20)	20035,06	
5193,14 (20)	19256,17	778,89
4306,08 (20)	23222,98	
4455,49 (12)	22444,22	778,76

4. Eisen.

Bei einer nur wenig ausführlichen Untersuchung der 500 stärksten Linien des Eisenspektrums erwiesen sich die folgenden als regelmäßig gelagert.

Zunächst findet sich darin ein nach folgendem Schema gebauter Linienkomplex:

usw.		usw.		usw.		usw.	
37087,72	(2236,13)	34851,59	(1146,38)	33705,21	(4330,94)	29374,27	
usw. ...	(309,76)		(309,76)		(309,88)	(309,74)	...usw.
36777,96	(2236,13)	34541,83	(1146,50)	33395,33	(4330,80)	29064,53	
usw.		usw.		usw.			

also mit konstanten Differenzen sowohl in den Horizontal- als auch in den Vertikalreihen.

Hierzu gehörige Differenzen sind:

6213,44 (5)	16094,15	
6335,34 (6)	15784,47	309,68
5339,95 (5)	18726,76	
5429,70 (6)	417,22	309,54
5283,64 (6)	18926,35	
5371,50 (6)	616,77	309,58
3856,38 (5)	25931,05	
3902,95 (5)	621,64	309,41
3404,34 (6)	29374,27	
40,62 (6)	064,53	309,74
2966,90 (6)	33705,21	
94,43 (6)	395,33	309,88
2869,31 (5)	34851,59	
95,04 (5)	541,83	309,76
2696,31 (5)	37087,72	
2719,02 (6)	36777,96	309,76
2647,58 (5)	37770,34	
69,48 (5)	460,48	309,86
2607,08 (10)[1]	38357,09	
28,30 (6)	047,41	309,68

Wie oft der Fall ist, gibt es auch hier eine angrenzende Differenz, nämlich:

4084,50 (5)	24482,80	
4137,00 (5)	172,11	310,69
3407,46 (6)	29347,37	
43,89 (6)	036,93	310,44
2973,24 (5)	33633,35	
3000,95 (5)	322,78	310,57
2843,97 (6)	35162,11	
69,31 (5)	851,59	310,52
2465,17 (5)	40565,15	
84,19 (5)	254,57	310,58
2331,30 (5)	42894,52	
48,30 (6)	584,00	310,52
5371,50 (6)	18616,77	
6999,93 (6)	14285,86	4330,91
4337,04 (6)	23057,20	
5339,95 (5)	18726,76	4330,44
2994,43 (6)	33395,33	
3440,62 (6)	29064,53	4330,80
2966,90 (6)	33705,21	
3404,34 (6)	29374,27	4330,94
2733,58 (6)	36582,07	
3100,67 (5)	32251,09	4330,98

1) Im Funken.

Auch hier kommt eine naheliegende Differenz hinzu, wie aus dem folgenden hervorgeht:

4383,55 (10)	22812,56	4331,38
5410,91 (5)	18481,18	
2941,35 (5)	33997,99	4331,35
3370,79 (6)	29666,64	
2825,55 (5)	35391,34	4331,39
3219,58 (5)	31059,95	
2577,92 (6)	38790,96	4331,26
2901,94 (5)	34459,70	
2527,44 (5)	39565,73	4331,14
2838,12 (5)	35234,59	
2484,19 (5)	40254,57	4331,29
2783,71 (5)	35923,28	
2424,16 (5)	41251,40	4331,42
2708,56 (6)	36919,98	
2375,20 (5)	42101,72	4331,38
2647,58 (5)	37770,34	

6265,15 (5)	15961,31	1146,84
6750,16 (5)	14814,47	
5405,78 (6)	18498,72	1146,68
5763,01 (6)	17352,04	
5397,12 (6)	18528,40	1146,62
5753,15 (5)	17381,78	
5125,15 (5)	19511,62	1146,29
5445,04 (5)	18365,33	
4071,75 (6)	24559,47	1146,63
4217,16 (6)	23412,84	
3417,83 (5)	29258,33	1146,76
3558,52 (5)	28101,57	
3265,62 (5)	30622,05	1146,48
3392,64 (5)	29475,57	
2895,04 (5)	34541,83	1146,49
2994,43 (6)	33395,34	
2869,31 (5)	34851,59	1146,38
2966,90 (6)	33705,21	
2853,72 (6)	35041,98	1146,55
2950,25 (5)	33895,43	
2689,20 (5)	37185,78	1146,24
2774,73 (5)	36039,54	

2759,81 (5)	36234,38	2236,39
2941,35 (5)	33997,99	
2719,02 (6)	36777,96	2236,13
2895,04 (5)	34541,83	
2696,31 (5)	37087,72	2236,13
2869,31 (5)	34851,59	
2599,40 (20)[1])	38470,42	2236,04
2759,81 (5)	36234,38	
2588,02 (6)	38639,58	2235,97
2746,98 (6)	36403,61	

Die Wellenlängenangaben sind auf das internationale System bezogen.

5. Kobalt.

Das Spektrum enthält eine Menge stärkerer Linien, von denen nur eine sehr beschränkte Anzahl untersucht worden ist, im ganzen 41. Die gleichen Differenzen waren:

3873,30 (10 R)	25817,78	138,63
3894,21 (15 R)	25679,15	
3569,59 (20 R)	28014,43	138,31
3587,30 (15 R)	27876,12	
3512,80 (10)	28467,32	138,63
3529,99 (15 R)	28328,69	
3489,57 (20)	28656,83	138,12
3506,47 (10 R)	28518,71	
3449,31 (10 R)	28991,31	138,78
3465,90 (10 R)	28852,53	
3433,18 (10 R)	29127,51	138,14
3449,54 (10 R)	28989,37	
2407,35 (3 R)	41539,44	138,43
2415,40 (3 R)	41401,01	
3845,60 (20 R)	26003,74	975,28
3995,45 (20 R)	25028,46	
3412,50 (10 R)	29304,03	975,34
3529,99 (15 R)	28328,69	
3449,54 (10 R)	28989,37	34,58
3453,66 (20 R)	28954,79	
3405,27 (20 R)	29366,25	34,63
3409,29 (20 R)	29331,62	

1) Im Funken.

6. Germanium.

Alle gemessenen Linien (65) sind der Untersuchung unterzogen worden. Die entdeckten Gesetzmäßigkeiten sind folgende:

4226,72 (50r)	23659,01		2319,26
4686,09 (10r)	21339,75		
3039,20 (50)	32903,40	902,89	
3124,95 (10)	32000,51		2318,90
3269,63 (20)	30584,50	1416,01	
2589,27 (5)	38620,93	902,44	
2651,22 (30)	37718,49		2319,34
2754,70 (30)	36301,59	1416,90	
2533,33 (6)	39473,73	903,03	
2592,64 (20)	38570,70		2319,04
2691,45 (20)	37154,69	1416,01	
2498,08 (10)	40030,75		2319,23
2651,71 (20)	37711,52		

Unter den übrigen Linien ist nur eine besonders stark, nämlich $\lambda = 2709{,}44$; von Exner und Haschek auf 30 geschätzt. Für die Linie $\lambda = 2740{,}53$ geben sie die Intensität auf 8 an; alle anderen sind schwach.

7. Brom.

Die 125 stärksten Linien dieses Spektrums wurden untersucht, allerdings nur wenig eingehend. Viele von den gefundenen Differenzen gehören zu zusammengesetzten Linienkomplexen, die ich der Einfachheit halber als Paare schreibe. Die Messungen rühren von Eder und Valenta her.

Es ergab sich:

5489,00 (6)	18218,25	20,68
95,24 (7)	197,57	
4601,63 (5)	21731,43	20,15
05,90 (2)	711,28	
4538,95 (5)	22031,53	20,23
43,12 (8)	011,30	
4525,82 (8)	22095,44	20,38
30,00 (5)	075,06	
4005,69 (4)	24964,49	20,18
08,93 (6)	944,31	
3888,67 (4)	25715,74	20,62
91,79 (8)	695,12	

Hierzu gehören

4728,49 (4)	21148,39		
42,87 (8)	084,28	64,11	
4530,00 (5)	22075,06		
43,12 (8)	011,30	63,76	
4525,82 (8)	22095,44		
38,95 (5)	031,53	63,91	
4477,93 (10)	22331,75		
90,68 (5)	268,35	63,40	
5345,53 (4)	18707,21	308,96	
5435,30 (5)	398,25		359,53
50,28 (3)	347,68	50,57	
4652,18 (6)	21495,30	308,64	
4719,95 (8)	186,66		
4575,95 (6)	21853,38	307,97	
4641,36 (1)[1]	545,41		358,08
52,18 (6)	495,30	50,11	
4365,76 (8)	22905,52		
4425,32 (5)	597,24	308,28	
3920,84 (6)	25504,74		
68,80 (5)	196,53	308,21	
4705,00 (10)	21253,99	307,23	
4774,01 (4)	20946,76		358,14
85,64 (10)	895,85	50,91	
4441,94 (8)	22512,69		357,77
4513,67 (5)	154,92		
4175,92 (5)	23946,82	306,72	
4230,10 (4)	640,10		
4140,37 (6)	24152,43	306,68	
93,62 (6)	23845,75		357,97
4202,64 (4)	794,46	51,29	
3950,75 (7)	25311,65	306,69	
99,21 (3)[1]	004,96		358,12
4007,45 (5)	24953,53	51,43	
3891,79 (8)	25695,12	306,68	
3938,80 (5)	388,44		358,14
46,80 (2)[1]	336,98	51,46	

1) Nur von Galitzin und Wilip gesehen.

4735,67 (5)	21116,33	135,56
66,27 (5)	20980,77	
4622,99 (8)	21631,02	135,72
52,18 (6)	495,30	
3929,73 (6)	25447,04	135,39
50,75 (7)	311,65	
3914,42 (9)	25546,57	135,61
35,31 (6)	410,96	
3871,38 (6)	25830,58	135,46
91,79 (8)	695,12	

5852,40 (5)	17087,01	254,34
5940,83 (4)	16832,67	
5194,08 (4)	19252,68	254,57
5263,68 (4)	18998,11	
4135,79 (5)	24179,18	254,36
4179,76 (8)	23924,82	

8. Krypton.

45 Linien des ersten Spektrums von Krypton wurden untersucht. Zahlen nach Baly.

5570,50 (10)	17951,71	954,08
5880,06 (1)?	17006,63	
5562,45 (6)	17977,69	945,17
5871,12 (10)	17032,52	
4318,74 (8)	23154,90	945,31
4502,56 (9)	22209,59	
4283,17 (4)	23347,20	945,16
4463,88 (10)	22402,04	
4274,15 (10)	23396,46	945,34
4454,12 (10)	22451,12	

4807,22 (4)	20802,04	4732,62
6223,00 (1)	16069,42	
4364,58 (1)	22911,71	4732,87
5500,90 (1)	18178,84	
4376,33 (10)	22850,19	4732,97
5519,61 (4)	18117,22	
4362,83 (9)	22920,90	4733,26
5498,24 (3)	18187,64	
4358,43 (1)	22944,04	4732,78
5491,11 (1)	18211,26	

9. Yttrium.

Zur Untersuchung wurden die 53 stärksten Linien ausgewählt, unter denen sich folgende Paare mit gleichen Schwingungsdifferenzen befanden.

4358,90 (8)	22941,57	205,00
98,20 (10)	736,57	
3950,50 (20)	25313,25	204,98
82,75 (20)	108,27	
3788,84 (20)	26393,30	205,09
3818,51 (10)	188,21	
3747,70 (10)	26683,03	205,03
76,72 (10)	478,00	
3602,07 (10)	27761,81	204,87
28,85 (10)	556,94	
3584,66 (10)	27896,65	205,02
3611,20 (20)	691,63	
3195,74 (10)	31291,61	204,92
3216,81 (20)	086,69	
4236,10 (10)	23606,62	84,57
51,33 (10)	522,05	
4220,78 (10)	23692,30	84,51
35,89 (10)	607,79	
4128,50 (30)	24221,87	84,94
43,03 (20)	136,93	
4675,03 (10)	21390,23	3241,74
5510,10 (8)	18148,49	
4643,86 (10)	21533,81	3241,20
5466,69 (10)	18292,61	

10. Niobium.

Anzahl der untersuchten Linien 50. Gefundene Paare:

5665,78 (10)	17649,82	17,15
71,29 (10)	632,67	
5350,90 (10)	18688,44	17,30
55,86 (10)	671,14	
4214,91 (15)	23725,30	17,88
18,09 (20)	707,42	
3740,00 (20)	26737,97	18,07
42,53 (20)	719,90	
3535,43 (10)	28285,10	17,75
37,65 (10)	267,35	

4437,41 (20)	22535,67	429,53
4523,63 (20)	106,14	
4139,89 (20)	24155,24	429,94
4214,91 (15)	23725,30	
4079,88 (30)	24510,53	430,45
4152,81 (20)	080,08	
3726,40 (20)	26835,55	430,82
3787,21 (20)	404,73	

Es gibt nur eine genaue Ausmessung des Spektrums, die von Exner und Haschek, und daher sind die letzten Differenzen aufgenommen.

Lund, im Mai 1914.

(Eingegangen 2. Juni 1914.)

6. *Zur Kenntnis des Funkenpotentials in Gasen bei höherem Druck;* *von F. Hayashi.*

§ 1. Einleitung.

Obgleich die Funkenentladung in Gasen schon eingehend untersucht worden ist, ist ihr Verhalten bei hohem Druck noch wenig bekannt, es stimmen sogar die Resultate von verschiedenen Autoren nicht überein.

Wolf[1]) hat gefunden, daß bei Sauerstoff, Stickstoff, Wasserstoff, Luft und Kohlensäure das Funkenpotential bei Drucken bis zu 10 Atm. *linear mit dem Druck ansteigt:* also entsprechend dem Gesetz, das Paschen für niedrigen Druck aufgestellt hat. Bei seinen Versuchen benutzte er ein Metallgefäß mit halbkugelförmigen Elektroden von 10 cm Durchmesser, und der Funkenabstand war immer 1 cm. Als Elektrizitätsquelle diente eine Influenzmaschine, und die Spannung wurde mit einem Righischen Elektrometer gemessen.

Alex. Hemptinne[2]) hat die oben genannten Gase bis zu Drucken von 80 Atm. untersucht und gefunden, daß auch dann das Entladungspotential immer noch *mit dem Druck linear ansteigt.* Er benutzte als Elektroden sehr feine Platindrähte von ca. 0,2 mm Durchmesser in einem Glasgefäße, und der Elektrodenabstand war sehr klein. Als Elektrizitätsquelle benutzte er ein Induktorium, und die Spannung wurde mit einem Vergleichsfunkenmikrometer gemessen.

Ch. Eng. Guye und H. Guye[3]) haben ebenfalls Luft, Sauerstoff und Kohlensäure bis zu Drucken von 65 m Quecksilber untersucht. Sie haben gefunden daß die Entladungs-

1) M. Wolf, Wied. Ann. 57. p. 306. 1889.

2) Alex. Hemptinne, Bull. de Science de l'Acad. Belgique 8. p. 603. 1902.

3) Ch. Eng. Guye, Arch. des Sciences phys. et Nat. 20. 7. p. 15. 1905.

spannung von 1 Atm. bis zu 10 Atm. linear mit dem Druck ansteigt, und daß bei höheren Drucken die Darstellungskurve zwischen Funkenpotential und Druck in sehr großer Annäherung parabolisch (Druckachse als Achse) verläuft. Sie benutzten ein Gefäß, wie es gewöhnlich für die Verflüssigung von Gasen angewendet wird. Die Elektroden bestanden auch aus feinen Platindrähten, und der Funkenabstand war 0,1799 mm. Sie maßen die direkte Spannung mit einem Blondlotschen Elektrometer.

G. Ceruti[1]) hat in Luft den Druck bis zu 65 Atm. variiert und gefunden, daß die Funkenspannung *viel schneller als der Druck ansteigt*, so daß die Darstellungskurve zwischen Funkenpotential und Druck eine gegen die Druckachse konvexe Krümmung hat. Er benutzte ein metallisches Gefäß mit Kugelelektroden von 1,5 cm Durchmesser und veränderte den Elektrodenabstand von 0,03125 mm bis zu 0,375 mm. Dabei maß er die statische Spannung mit einem Righischen Elektrometer.

Auch E. A. Watson[2]) hat die Entladung in Luft bei Drucken bis zu 16 Atm. untersucht und *das Wolfsche Resultat bestätigt*, indem er *Proportionalität zwischen Funkenpotential- und Druckzunahme* fand. Er benutzte in einem metallischen Gefäß verschieden große Kugelelektroden und variierte auch den Elektrodenabstand. Dabei verwendete er teils statische, teils dynamische Spannung.

M. Wien hat bei Gelegenheit seiner Untersuchung über Preßgaskondensatoren[3]) gefunden, daß *das Funkenpotential langsamer ansteigt als es das Paschensche Gesetz verlangt.*

Wie man sieht, sind die Resultate so verschieden, daß man aus ihnen nichts ersehen kann.

Woran liegen nun diese Verschiedenheiten? Auf Anregung von Hrn. Prof. Wien habe ich es unternommen, über diese Sache zu arbeiten.

Um zu einem richtigen Resultat zu gelangen, mußten zuerst die Gründe der Unsicherheit ermittelt werden. Nach meiner Vermutung, die sich auch im Verlauf der Untersuchung

1) G. Ceruti, Rend. Inst. Lomb. **42**. p. 476. 1909.
2) E. A. Watson, Journ. elektr. Eng. **43**. p. 113. 1909.
3) A. Wien, Ann. d. Phys. **29**. p. 681. 1909.

bestätigte, spielen Form und Größe der Elektroden, Elektrodenmaterial, das Volumen des Gefäßes und die Art des Kondensators keine große Rolle, ebensowenig die elektrischen Schwingungen, die vielleicht in dem Entladungskreise auftreten. Endlich erwies es sich als gleich, ob mit statischer oder dynamischer Spannung gearbeitet wurde, wie schon Swyngedauw[1]) und Algermissen[2]) gezeigt haben. Hingegen sind von starkem Einfluß auf die Entladungspotentiale:

a) *die Warburgsche Funkenverzögerung,*

b) *die chemische Veränderung des Gases durch den Funken.*

Also war mein Augenmerk auf diese beiden Erscheinungen gerichtet, besonders auf die Funkenverzögerung, weil in den früheren Arbeiten dieser keine größere Beachtung geschenkt worden ist. Auf diesem Wege bin ich zu einem Resultat gekommen, welches die Beobachtungen von Ch. und H. Guye und M. Wien bestätigt.

§ 2. Die Versuchsanordnung.

Die Anordnung der Apparate ist in Fig. 1 dargestellt.

Das Gefäß G, in dem die Gase komprimiert wurden, bestand aus zwei Messingkappen, die einen inneren Durchmesser von 4,2 cm und eine Wandstärke von 1 cm besaßen. In jeder Kappe befand sich eine konische Öffnung, durch die ein konischer Porzellanisolator (in Fig. 1 schräg schraffiert) hindurch ging. Der Porzellanisolator war 6,5 cm lang, seine Dicke betrug 2,2 cm an dem einen, und 1,5 cm an dem anderen Ende. Er hatte in der Mitte ein kleines Loch von ca. 2 mm Weite, durch welches der Draht geführt wurde. Das Ende des Drahtes trug ein kleines Messingröhrchen mit Untersatz, in welches der Stiel der Elektrodenkugel hineingeschoben wurde. Der

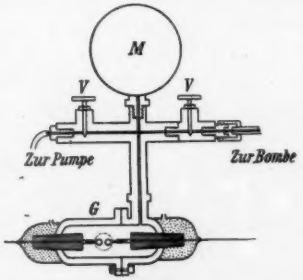


Fig. 1.

1) R. Swyngedauw, Compt. rend. 122. p. 118 u. 195. 1895.
2) I. Algermissen, Ann. d. Phys. 19. p. 1016. 1906.

Draht war mit Siegellack verkittet und das Porzellan war andererseits mit Siegellack luftdicht an der Kappe befestigt.

Die eine Kappe hatte seitlich eine runde Stufenöffnung, deren Durchmesser auf der inneren Seite 3 cm, auf der äußeren Seite 1,5 cm betrug. Von der inneren Seite der Öffnung her war eine runde Quarzplatte von 2,5 cm Durchmesser und 0,7 cm Dicke mit Siegellack eingekittet. In die andere Kappe war ein Messingstück von 5 cm Länge und 3 cm Dicke eingeschraubt und hart eingelötet, welches einerseits mit einer Schraubenmutter für das Verbindungsstück und andererseits mit einer kleinen Öffnung für die Zulassung des Gases versehen war.

Die beiden Kappen wurden durch vier Schrauben fest zusammengehalten. Der Vorhang der einen Kappe paßte ganz genau in die Vertiefung der anderen Kappe. Dazwischen befand sich eine Bleidichtung. Der Inhalt des Gefäßes ohne die Porzellanisolatoren u. a. betrug 160 ccm.

Das Verbindungsstück *S*, das ich in der Manometerfabrik Schäffer & Budenberg in Magdeburg-Buckau habe anfertigen lassen, bestand aus dickem Messingrohr von der Form eines Kreuzes. Das untere Ende war in das Gefäß geschraubt, wie schon oben erwähnt, das obere Ende trug ein Sauerstoffmanometer aus derselben Fabrik mit einem Meßbereich von 0,5—100 Atm.

Die beiden Enden des Verbindungsstückes trugen Absperrventile für 150 Atm. Druck. Das rechte Ende des Verbindungsstückes über dem Absperrventil war durch ein Stahlrohr mit einer Bombe verbunden, während das linke Ende zu einer Wasserstrahlpumpe führte oder frei blieb. Der Druck im Gefäß konnte infolgedessen beliebig reguliert werden.

Überall wo eine Verbindung durch Gewinde bewirkt war, wurde mit Siegellack abgedichtet. Vor der Verschraubung wurden Gewinde und Mutter angewärmt, bis der Siegellack schmolz und dann verschraubt. Diese Siegellackdichtungen waren viel besser als andere. Wenn das Gefäß in Ordnung war, war es so dicht, daß bei einem Druck von 70 Atm. der Druck in einer Stunde nur um 0 1 Atm. abnahm.

An beide Enden des Gefäßes wurde je eine Glaskappe mit Siegellack oder Wachs befestigt und mit Paraffin- oder

Rizinusöl gefüllt, um den Zuleitungsdraht für die Elektrode vom Gefäß gut zu isolieren.

Das Schaltungsschema zeigt Fig. 2. Die Elektroden in dem Gefäß bestanden aus Kugeln von 1 cm Durchmesser aus Magnesium, bzw. aus 14 kar. Gold. Sie waren mittels einer kurzen, ca. 4 mm dicken Messingstange in das Untersatzröhrchen gesteckt. Kurze Drähte verbanden sie mit einem Vergleichsfunkenmikrometer, das halbkugelförmige Elektroden aus Magnesium von 5 cm Durchmesser besaß.

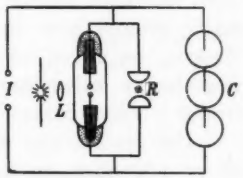


Fig. 2.

Der Mittelpunkt in der Verbindung der beiden Elektroden war einerseits mit Preßgaskondensatoren *C* (3 Stück in Serie) verbunden und andererseits mit den Polen des Induktoriums *I*. In nächste Nähe der Elektroden des Vergleichsfunkenmikrometers wurde ein Radiumpräparat (3 mg) gebracht. *B* ist eine Bogenlampe, endlich ist *L* eine Quarzlinse mit einer Brennweite von ca. 9,1 cm.

§ 3. Meßmethode und Messungen.

a) Die Bestimmung der Spannung.

Die Entladungsspannung wurde durch Vergleich mit der anderweitig bekannten Entladungsspannung einer zweiten parallel geschalteten Funkenstrecke ermittelt.

Man stellt zuerst die Funkenstrecke in dem Vergleichsfunkenmikrometer *B* so klein ein, daß der Funke in ihr überspringt. Dann verlängert man die Strecke *B* ein wenig, bis der Funke in der anderen Strecke *A* überspringt. Nun verkleinert man wieder *B*, bis der Funke wieder in *B* überspringt, und nimmt den Mittelwert aus beiden Entladungsspannungen.

Diese Methode ist schon von vielen Autoren angewendet worden, aber man findet, soviel ich weiß, nirgends in der Literatur angegeben, wie genau man in dieser Art die Spannung messen kann. Deswegen habe ich erst diesen Punkt genau untersucht.

In einem Funkenmikrometer *A* mit Kugelelektroden aus Magnesium von 1 cm Durchmesser wurde die Funkenstrecke genau auf 1,5 cm eingestellt und ihre Entladungsspannung

durch ein anderes Funkenmikrometer B mit Halbkugelelektroden aus Magnesium von 5 cm Durchmesser gemessen. Wenn beide Funkenstrecken bei annähernd gleichem Elektrodenabstand in freier Luft stehen und die Funkenstrecke nicht künstlich ionisiert wird, so springt der Funke unregelmäßig einmal hier und einmal da über und eine genaue Messung ist unmöglich. Erst wenn beide Strecken mit einer Bogenlampe beleuchtet oder mit einem Radiumpräparat bestrahlt werden, bekommt man ein regelmäßiges Resultat.

Um die Art und die Genauigkeit der Messung zu zeigen, ist im folgenden ein Beispiel gegeben.

Bei 15 mm Abstand in der Funkenstrecke A sprang der Funke zuerst in B über, als B auf 9,43 mm eingestellt war, und er sprang hier so lange über, bis B auf 9,82 mm eingestellt wurde. Wenn man nun die Strecke B wieder verkleinerte, sprang der Funke immer noch so lange in A über, bis B wieder auf 9,43 mm eingestellt wurde. Die mittlere Entladungsspannung, die einem Elektrodenabstand von 9,63 mm entspricht, wurde als Entladungsspannung in A angenommen. Hierbei ist der Unterschied beider Grenzen 0,39 mm und beträgt ca. 4 Proz. vom Mittelwert 9,63 mm. Diese Grenzen und ihr Unterschied sind aber nicht konstant, sondern hängen von verschiedenen Umständen ab, z. B. von der Unterbrechungszahl des Unterbrechers, von der Spannung im Induktor, von der Größe der Elektroden im Vergleichsfunkenmikrometer und endlich von dem Elektrodenabstand in A ab. Je größer die Unterbrechungszahl oder die Spannung oder die Größe der Elektroden in B und endlich je größer der Abstand in A, desto größer wird der Unterschied. Es wird also offenbar die Messung der Spannung genauer, wenn man eine möglichst kleine Unterbrechungszahl wählt und die Spannung möglichst gleich der Entladungsspannung macht.

Aus diesem Grunde habe ich einen Foucaultschen Pendelunterbrecher von ca. 2 Unterbrechungen pro Sekunde gewählt, nachdem ich es mit verschiedenen anderen Unterbrechern versucht hatte. Parallel zum Unterbrecher war immer eine große Kapazität geschaltet, die Unterbrechung selbst fand unter Petroleum statt.

Dieser Unterbrecher funktionierte bei kleinen Stromstärken sehr gut, bei größeren weniger gut, aber gestattet doch eine

Tabelle 1.

Luft. Elektroden: Magnesiumkugeln von 1 cm. Abstand: 1,8 mm.

Druck in Atm.	Abstand in mm, bei dem der Funke außen überspringt	Abstand in mm, bei dem der Funke innen überspringt	Mittel	Gesamtmittel	Spannung in KV.
	30,56	30,64	30,60		
50,0	30,54	30,62	30,58	30,58	78,0
	30,52	30,60	30,56		
	28,29	28,37	28,33		
45,0	28,28	28,36	28,32	28,32	75,3
	28,27	28,35	28,31		
	26,94	27,02	26,98		
40,0	26,92	27,00	26,96	26,95	72,0
	26,87	26,95	26,91		
	24,98	25,05	25,02		
35,0	24,93	25,00	24,97	24,98	68,4
	24,91	24,98	24,95		
	22,78	22,85	22,82		
30,0	22,74	22,81	22,78	22,78	64,0
	22,71	22,78	22,75		
	20,19	20,25	20,22		
25,0	20,14	20,22	20,18	20,18	58,4
	20,10	20,17	20,14		
	17,39	17,46	17,43		
20,0	17,38	17,44	17,41	17,41	51,4
	17,37	17,43	17,40		
	13,76	13,82	13,79		
15,0	13,71	13,79	13,75	13,75	43,0
	13,69	13,75	13,72		
	9,91	9,97	9,94		
10,0	9,87	9,93	9,90	9,91	32,6
	9,85	9,91	9,88		
	4,84	4,90	4,87		
5,0	4,83	4,89	4,86	4,85	18,0
	4,79	4,83	4,81		

genügend genaue Messung und war immerhin besser als die anderen Unterbrecher.

Die oben erwähnte Abhängigkeit der zu messenden Größen von den verschiedenen Versuchsbedingungen, deren Gründe vielleicht in Lichtbogenerscheinungen zu suchen sind, wäre an und für sich sehr interessant zu studieren. Ich möchte hier aber nicht zu weit darauf eingehen, sondern werde nur an einigen Beispielen (vgl. Tab. 1) zeigen, wie genau die Spannung gemessen werden konnte. Die kleine bei jeder Versuchsreihe merkliche Abnahme des Funkenpotentials beim zweiten Versuch gegen den ersten, des dritten Versuchs gegen den zweiten beruht auf der unten näher besprochenen chemischen Änderung der Luft durch den Funkenübergang.

Hier soll erwähnt sein, daß ich immer im Vergleichsfunkenmikrometer Elektroden aus Magnesium von 5 cm Durchmesser gebraucht habe. Den Wert der Entladungsspannung habe ich aus den Zahlen berechnet, die in dem Lehrbuch von Kohlrausch[1]) angegeben sind.

b) Die Messung des Elektrodenabstandes.

Der Elektrodenabstand im Innern des Gefäßes wurde durch Vergleich der Entladungsspannung mit einer anderen Funkenstrecke bestimmt, deren Elektrodenabstand bekannt war, da sich die direkte Messung des Abstandes im Innern sehr schwierig gestaltet hätte.

Dabei wurde das Gefäß mit Luft in Atm.-Druck gefüllt und die Elektrode des Vergleichsfunkenmikrometers wurde von derselben Größe wie im Gefäß gewählt, um für beide Funkenstrecken möglichst gleiche Bedingungen herzustellen.

Beispiel: Bei einem gewissen Abstand der Elektroden im Gefäß betrug der Abstand der äußeren Funkenstrecke, bei der der Funke im Innern übersprang, 1,10 mm, hingegen sprang der Funke außen bei dem Abstand 1,06 mm über. Also nahm ich 1,08 mm als Elektrodenabstand der Funkenstrecke im Gefäß an.

c) Die Oberfläche der Elektroden.

Da bei meinem Gefäß die Funkenstrecke sich von außen nicht variieren ließ, konnte ich nicht immer die Oberfläche

1) F. Kohlrausch, Lehrbuch für prakt. Physik. p. 720. Leipzig 1910.

der Elektroden frisch putzen, sondern mußte sie während einer ganzen Beobachtungsreihe unberührt lassen.

Es wäre sehr umständlich gewesen, die Oberfläche der Elektrode bei jedem Versuch wieder in blanken Zustand zu versetzen, weil man jedesmal das Gefäß hätte aufmachen müssen. Auch wäre es unmöglich gewesen, jedesmal wieder genau den gleichen Abstand zu erhalten. Also habe ich absichtlich immer stark benutzte Elektroden verwendet, damit keine weiteren Änderungen der Oberflächenbeschaffenheit der Elektroden durch die Funken mehr eintreten konnten. Da zwei Messungen des Funkenabstandes vor und nach dem Übergang von vielen Funken miteinander sehr gut übereinstimmten, bin ich sicher überzeugt, daß die Oberfläche der Elektroden bei einer bestimmten Funkenstrecke während einer Versuchsreihe unverändert blieb, und daß meine Ergebnisse durch Veränderungen der Elektrodenoberfläche während einer Versuchsreihe nicht merklich beeinflußt sind.

d) Die Funkenverzögerung.

Bei hohem Druck ist die Funkenverzögerung viel stärker als bei niedrigem Druck, so daß man ohne künstliche Ionisation keine regelmäßige Messung machen kann.

Wie Fig. 2 zeigt, habe ich die Funkenstrecke im Gefäß mit einer Bogenlampe beleuchtet. Das Licht wurde durch eine Quarzlinse, deren Brennweite ca. 9,1 cm betrug, auf die Funkenstrecke konzentriert. Die äußere Funkenstrecke wurde mit einem Radiumpräparat, zuweilen mit einer Bogenlampe bestrahlt.

Da eine Herabsetzung der Funkenspannung durch Bestrahlung eintreten kann, wie sie zuerst von Swyngedauw erwähnt und von Herweg[1]) genau untersucht worden ist, muß man mit der Bestrahlung vorsichtig zu Werke gehen. Man muß nämlich die Stärke der Hilfsionisation so wählen, daß sie bloß die Funkenverzögerung aufhebt, aber nicht etwa eine Herabsetzung des Funkenpotentials bewirkt.

Um mich hiervon zu überzeugen, habe ich die Lichtstärke der Bogenlampe variiert, indem ich verschiedene Bogenlampen verwendete und die Stromstärke variierte. Ich fand aber

1) J. Herweg, Ann. der Phys. **24**. p. 326. 1907.

keinen Unterschied in der Entladungsspannung, obgleich ich die Stromstärke z. B. von 3 Amp. bis 25 Amp. veränderte. Ich muß daraus in Übereinstimmung mit C. Müller[1]) schließen, daß bei einer Hilfsionisation durch eine Bogenlampe keine merkliche Herabsetzung des Funkenpotentials eintritt, sondern nur die Verzögerung aufgehoben wird.

e) Die chemische Veränderung des Gases durch den Funkenübergang.

Durch den Funkenübergang tritt eine chemische Veränderung der Gase ein, die bei hohem Druck viel stärker zu sein scheint, als bei niedrigem,

Die Luft, in der viele Funken übergesprungen sind, zeigt eine gelbe Farbe, die vermutlich von NO_2 herrührt.

Elektroden in Kohlensäure werden nach einigen Funken durch Niederschlag von Kohlenstoff schwarz gefärbt.

Bei Sauerstoff kann man sich durch den Geruch leicht überzeugen, daß durch den Funken sich Ozon bildet.

In Luft springt der erste Funke schwerer über als der zweite und die folgenden. So bekommt man in frischer Luft einen größeren Wert für die Entladungsspannung als in Luft, in der schon viele Funken übergegangen sind, obgleich Druck und Elektrodenabstand immer gleich sind.

In nachstehender Fig. 3 (zur Tab. 2) gebe ich zwei Kurven, die ich bei einer bestimmten Funkenstrecke erhielt. Die Kurve 1 habe ich bekommen, als ich immer mit frischer Luft beobachtete. Die Kurve 2 habe ich bekommen, als ich in der Weise beobachtete, daß ich erst das Gefäß mit frischer Luft bis zu 50 Atm. füllte, dann die Entladungsspannung maß und nun die Luft ausströmen ließ, bis sich der Druck zu 48 Atm. ermäßigte, dann wieder die Spannung maß usw.

Die Verschiedenheit beider Kurven ist nur der chemischen Veränderung des Gases durch den Funken zuzuschreiben. Da chemische Veränderungen bei fast allen Gasen vorkommen, habe ich bei meiner Beobachtung immer mit frischem Gas natürlich aus ein und derselben Bombe gearbeitet. Bei Beobachtung anderer Gase — außer Luft — habe ich das Gefäß mit einer Wasserstrahlpumpe evakuiert und dann mit dem

1) C. Müller, Berliner Dissertation. p. 94. 1908.

betreffenden Gas gefüllt, dann wieder evakuiert und so fort, und dies etwa zehnmal wiederholt.

Hier sei erwähnt, daß ich die Bomben für die verschiedenen Gase — außer Kohlensäure — von der Sauerstofffabrik Berlin bezogen habe und daß die Resultate für ein und dasselbe Gas aus verschiedenen Bomben gut miteinander übereinstimmen. Es sei auch noch erwähnt, daß die Gase chemisch ziemlich rein waren, was man auch daraus entnehmen kann, daß die Resultate für Luft, Sauerstoff, Stickstoff und Wasserstoff bei 1 Atm. mit den Resultaten der anderen Autoren ziemlich gut übereinstimmen.

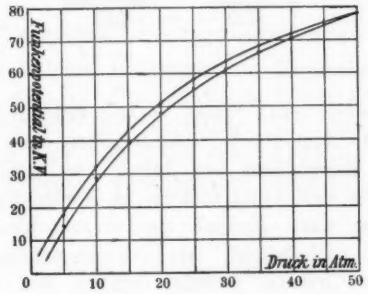


Fig. 3.

Tabelle 2. (Zur Fig. 3.)

Nr.	Funkenpotentiale in KV. bei dem Drucke in Atm.									
	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5
1	78,0	75,3	72,0	68,4	64,0	58,4	51,4	43,0	32,6	18,0
2	78,0	74,7	71,0	66,5	61,4	55,6	48,1	39,6	29,2	15,0

Gas: Luft. Elektrodenabstand: 1,08 mm.

§ 4. Der Einfluß von Größe und Gestalt des Gefäßes auf das Funkenpotential.

Um einen etwaigen Einfluß der Gefäßwandungen und der Größe des Raumes, in dem der Funke überspringt, auf das Funkenpotential, welcher nach der Arbeit von Bouty[1]) über die Kohäsion eines Dielektrikums zu vermuten war, festzustellen, wurde ein neues Gefäß konstruiert.

1) M. E. Bouty, Compt. rend. p. 1207. 1900; p. 25. 1913.

Wie man aus nachstehender Fig. 4 leicht ersehen kann, wurden an den beiden Enden eines Messingzylinders von 6 cm äußerem und 4 cm innerem Durchmesser Isolatoren aus Hartgummi, die die Elektroden und Zuleitungen trugen, durch eiserne Kappen festgeschraubt. Zwischen Metall und Hartgummi befand sich eine Lederdichtung. Das Gefäß hatte natürlich ein Quarzfenster zur Bestrahlung und eine Öffnung zur Zuführung des Gases.

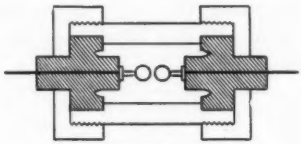


Fig. 4.

Dieses Gefäß besaß einige Vorteile gegenüber dem obigen. Erstens konnte man durch Hineinschieben eines Zylinders aus Metall oder Hartgummi den Inhalt des Gefäßes variieren. Zweitens zeigte sich keine elektrische Sprühwirkung, weil der Isolator dicker war. Endlich war es sehr handlich. Leider war es nicht so luftdicht, wie ich erwartete. Die Beobachtungen mit diesem Gefäße ergaben bei verschiedenem Volumen keinen merkbaren Unterschied von den früheren Resultaten, solange man immer mit frischem Gas arbeitete. Wenn man aber mit einer bestimmten Menge Gas hintereinander eine Reihe von Beobachtungen machte, ergab sich ein Unterschied, dessen Grund in der oben besprochenen chemischen Veränderung des Gases liegt.

§ 5. Beobachtungen mit einer Influenzmaschine.

Um diese Arbeit zu vervollständigen, wurden einige Beobachtungen mit einer 20plattigen Töplerschen Influenzmaschine gemacht. Dabei wurde die Influenzmaschine an Stelle des Induktoriums verwendet und sonst die Versuchsanordnung beibehalten. Nur die Zuleitungen wurden wegen des Sprühens besser wie früher isoliert, indem alle Drähte mit Wachs überzogen wurden.

Die Messungen wurden ganz ähnlich wie früher ausgeführt. Die Geschwindigkeit der Maschine war so regulier-

bar, daß die Funken in langsamer Aufeinanderfolge übersprangen. In dieser Weise konnte man die Entladungsspannung genauer bestimmen als mit dem Induktorium. Das Ergebnis war kein anderes wie vorher und stand in guter Übereinstimmung mit den Resultaten der Herren Swyngedauw und Algermissen.

Endlich sei hier erwähnt, daß die Beobachtungen, die ich statt mit Preßgaskondensatoren mit einer größeren Leidener Flasche (zwei in Serie) gemacht habe, ebenfalls die gleichen Resultate ergaben. Es ist also, wie zu erwarten, die Art und Größe des Kondensators ohne Einfluß.

§ 6. Die Resultate bei Funkenübergang in Luft.

Folgende Tabelle faßt kurz die Ergebnisse der Untersuchungen zusammen. Die erhaltenen Werte sind Mittelwerte aus mindestens vier Beobachtungen, die gut untereinander übereinstimmen, wie man leicht aus der Tab. 1 ersehen kann.

Bei den folgenden Tabellen sind ebenfalls nur die Mittelwerte angegeben.

Tabelle 3. (Zur Fig. 5 u. 6.)

Luft. Elektrode: Magnesiumkugel von 1 cm Durchmesser.

Druck	Funkenpotentiale in KV. bei den Abständen in mm							
in Atm.	0,52	0,65	0,89	1,08	1,30	1,50	1,65	1,82
1,0	2,0	3,7	5,0	5,7	6,9	7,3	7,7	7,9
5,0	9,5	12,4	15,2	18,0	21,1	23,9	25,9	28,0
10,0	18,1	22,0	28,4	32,6	37,4	41,5	44,3	48,0
15,0	25,0	29,3	37,0	43,0	49,0	54,4	58,3	61,4
20,0	30,2	35,3	44,3	51,4	58,0	64,0	67,8	72,3
25,0	34,2	40,3	50,0	58,4	65,4	71,6	75,9	80,7
30,0	38,0	44,8	55,5	64,0	71,6	78,5	82,9	87,8
34,0	41,0	48,5	59,6	68,4	76,4	83,7	88,0	93,3
40,0	44,0	51,5	63,0	72,0	80,4	88,0	92,5	98,5
45,0	46,5	54,0	66,1	75,3	83,9	91,7	96,7	102,8
50,0	48,7	56,2	68,8	78,0	87,1	95,0	100,5	106,9
55,0	50,7	58,1	70,9	80,3	89,9	98,0	103,9	110,2
60,0	52,2	59,8	72,9	82,4	92,4	100,8	106,7	112,9
65,0	53,3	61,2	74,7	84,1	94,5	103,2	109,0	115,3
70,0	54,0	62,6	76,1	85,5	96,4	105,2	110,6	117,0

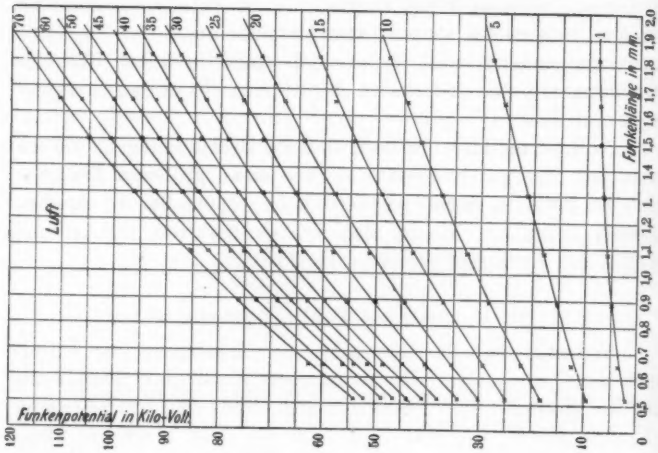

Luft
Funkenpotential in Kilo-Volt
Funkenlänge in mm.
70
60
50
45
40
35
30
25
20
15
10
5
1

Fig. 6.

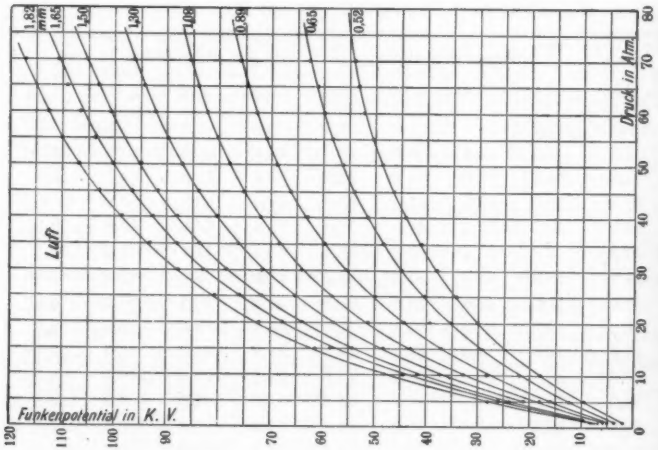

Luft
Funkenpotential in K. V.
Druck in Atm.
1,82 mm
1,65
1,50
1,30
1,08
0,89
0,65
0,52

Fig. 5.

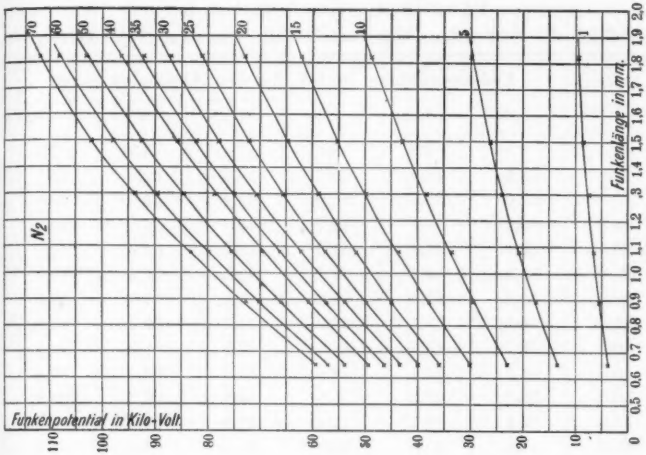


Fig. 8.

Fig. 6.

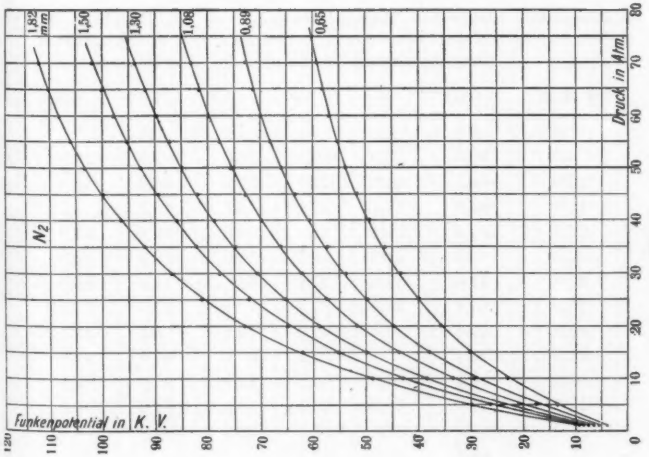


Fig. 7.

Fig. 5.

§ 7. Die Resultate für Stickstoff.

Tabelle 4. (Zur Fig. 7 u. 8.)

Stickstoff. Elektroden: Magnesiumkugeln von 1 cm Durchmesser.

Druck in Atm.	Funkenpotentiale in KV. bei den Abständen in mm					
	0,65	0,89	1,08	1,30	1,50	1,82
1,0	3,9	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
5,0	13,5	17,5	20,7	24,0	26,3	29,8
10,0	23,0	29,5	33,5	38,4	43,0	48,8
15,0	30,2	37,9	43,7	49,9	55,3	62,1
20,0	35,9	44,9	51,7	58,9	64,9	73,0
25,0	39,8	49,7	57,5	65,5	72,1	81,1
30,0	43,4	53,8	62,2	70,6	77,8	87,0
35,0	46,4	57,4	66,2	74,9	82,1	92,2
40,0	49,4	60,6	69,7	78,8	85,9	96,5
45,0	51,7	63,4	72,8	82,0	89,2	99,8
50,0	53,9	66,0	75,6	84,8	92,7	103,2
55,0	55,4	68,1	77,8	87,3	95,4	106,0
60,0	57,0	70,0	79,8	89,6	98,0	108,3
65,0	58,2	71,4	81,6	91,8	100,2	110,4
70,0	59,4	72,6	83,2	93,8	102,0	112,0

§ 8. Die Resultate für Kohlensäure.

Tabelle 5. (Zur Fig. 9 u. 10.)

Kohlensäure. Elektroden: Magnesiumkugeln von 1 cm Durchmesser.

Druck in Atm.	Funkenpotentiale in KV. bei den Abständen in mm					
	0,65	0,89	1,08	1,30	1,50	1,82
1,0	3,2	4,3	5,0	5,7	6,5	7,5
5,0	10,0	13,8	16,5	20,0	22,5	26,3
10,0	18,8	24,0	28,2	32,2	36,4	42,0
15,0	25,5	31,4	37,1	42,5	46,9	55,3
20,0	31,4	38,4	44,5	50,6	56,4	64,9
25,0	36,2	44,3	51,1	58,0	64,5	73,0
30,0	41,0	49,8	57,1	64,6	71,6	80,0
35,0	45,4	54,6	61,4	70,5	77,5	87,9
40,0	49,4	59,4	67,5	75,5	83,1	93,1
45,0	53,1	63,8	72,2	80,0	87,8	97,8
50,0	56,5	68,0	76,5	84,3	92,6	102,1
55,0	60,0	71,7	80,5	88,5	96,3	106,0
60,0	63,2	75,1	84,3	92,5	100,0	109,8
65,0	66,3	78,1	87,8			
70,0	69,0	81,1	90,6			

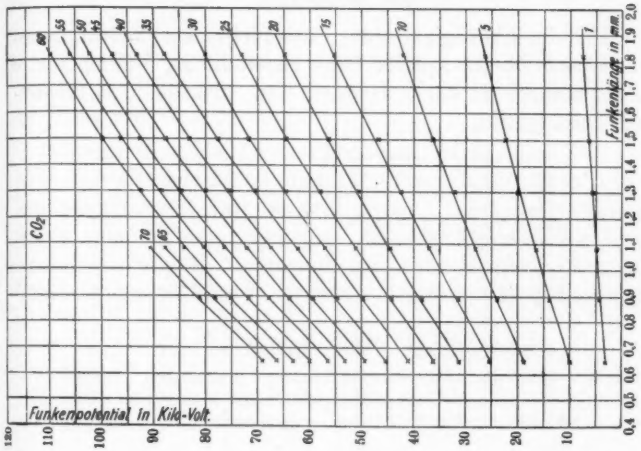

Funkenpotential in Kilo-Volt.
Funkenlänge in mm
CO_2
60
55
50
45
40
35
30
25
20
15
10
7
5
70
65

Fig. 10.

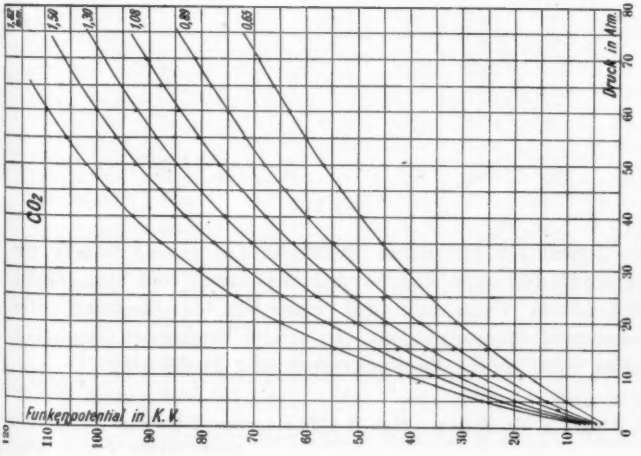

Funkenpotential in K.V.
Druck in Atm.
CO_2
1,50
1,30
1,08
0,89
0,65

Fig. 9.

§ 9. **Die Entladungsspannung in einem Gemisch von Stickstoff und Wasserstoff.**

Um die Abhängigkeit der Entladungsspannung von einem erheblichen Zusatz anderer Gase zu studieren, wurden einige Beobachtungen in einem Gemisch von Stickstoff und Wasserstoff durchgeführt.

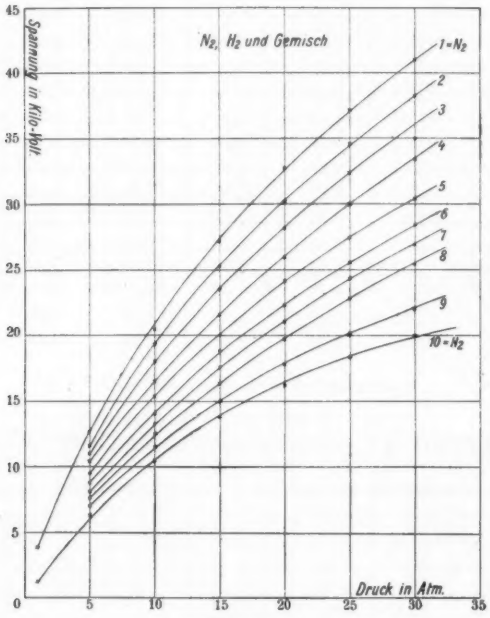


Fig. 11.

Durch ein T-förmiges Stahlrohr wurde eine Bombe mit Stickstoff und eine Bombe mit Wasserstoff mit dem Gefäß luftdicht so verbunden, daß man beliebig Stickstoff oder Wasserstoff einlassen konnte. In den nachstehenden Gemischen beider Gase wurde die Funkenspannung beobachtet:

1. N allein.
2. Zuerst N bis 30 Atm., dann Nachfüllung von H bis zum Gesamtdruck von 35 Atm.
3. desgleichen . . . . . Gesamtdruck von 40 Atm.

4. Zuerst N bis 30 Atm., dann Nachfüll. v. H bis z. Gesamtdr. v. 50 Atm.
5. „ N „ 30 „ „ „ „ H „ „ 60 „
6. „ H „ 30 „ „ „ „ N „ „ 50 „
7. „ H „ 30 „ „ „ „ N „ „ 45 „
8. „ H „ 30 „ „ „ „ N „ „ 40 „
9. „ H „ 30 „ „ „ „ N „ „ 35 „
10. Wasserstoff allein.

Nachdem beide Gase eingelassen waren, ließ ich nach einer Viertelstunde das Gemisch ausströmen, bis der Gesamtdruck den gewünschten Wert erreicht hatte. Diese Beobachtungen waren sehr mühsam, weil man bei jeder Beobachtung diesen Prozeß wiederholen mußte, um die schon erwähnte chemische Veränderung des Gases zu vermeiden. Die Resultate sind folgende:

Tabelle 6. (Zur Fig. 11.)

Elektroden: Goldkugeln von 1 cm Durchmesser. Abstand: 0,58 mm.

Gemisch		Funkenpotentiale in KV. bei dem Drucke in					
Nr.	Verhältnis		5 Atm.	10 Atm.	15 Atm.	20 Atm.	25 Atm.	30 Atm.
1	N : allein	Beob.	12,7	20,5	27,2	32,8	37,2	41,0
2	N : 30	Beob.	11,6	19,3	25,2	30,0	34,5	38,3
	H : 5	Ber.	11,8	19,1	25,3	30,4	34,6	38,0
3	N : 30	Beob.	11,0	18,0	23,5	28,2	32,5	36,0
	H : 10	Ber.	11.1	18,0	23,9	28,7	32,5	35,7
4	N : 30	Beob.	10,4	16,5	21,6	26,0	30,0	33,5
	H : 20	Ber.	10,2	16,5	21,8	26,2	29,7	32,6
5	N : 30	Beob.	9,5	15,5	20,0	24,2	27,5	30,4
	H : 30	Ber.	9,6	15,5	20,5	24,5	27,8	30,5
6	N : 20	Beob.	8,8	14,0	18,8	22,3	25,6	28,4
	H : 30	Ber.	8,9	14,5	19,2	22,8	25,8	28,4
7	N : 15	Beob.	8,2	13,3	17,5	21,2	24,4	27,0
	H : 30	Ber.	8,5	13,8	18,3	21,7	24,6	27,0
8	N : 10	Beob.	7,6	12,5	16,3	19,8	22,9	25,5
	H : 30	Ber.	8,0	13,0	17,2	20,4	23,0	25,3
9	N : 5	Beob.	7,0	11,5	15,0	17,8	20,2	22,0
	H : 30	Ber.	7,3	11,4	15,7	18,6	20,9	23,0
10	H : allein	Beob.	6,4	10,5	13,8	16,2	18,2	20,0

In der vorhergehenden Tab. 6 sind die Werte für Funkenpotential, welche nach der Formel

$$G_V = H_V + (N_V - H_V)\frac{N_p}{N_p + H_p}.$$

berechnet wurde, angegeben. Hierin bedeutet:

G_V = Funkenpotential für Gemisch bei einem bestimmten Druck,
H_V = „ „ Wasserstoff allein bei demselben Druck,
N_V = „ „ Stickstoff „ „ „ „ „,
N_p = Partialdruck von Stickstoff bei dem Gemisch,
H_p = „ „ Wasserstoff bei dem Gemisch.

Wie man sieht, ist die Entladungsspannung eines Gemisches von zwei Gasen proportional den Partialdrucken beider Gase. Wenn man also z. B. Wasserstoff und Stickstoff von gleichem Drucke mischt, ist die Entladungsspannung des Gemisches gleich dem Mittelwert aus den Entladungsspannungen für Stickstoff und Wasserstoff.

Tabelle 7. (Zur Fig. 12.)

Funkenpotentiale KV. in verschiedenen Gasen.
Elektroden: Goldkugeln von 1 cm Durchmesser. Abstand: 0,65 mm.

Druck in Atm.	Luft		O_2		N_2		CO_2		H_2		Leuchtgas	
	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.
1	3,7	—	2,9	—	3,9	—	3,2	—	2,5	—	2,7	—
5	12,0	12,0	11,3	9,0	13,5	13,8	10,0	3,6	6,7	7,5	8,2	8,6
10	22,9	26,0	21,6	23,3	23,0	24,7	18,7	18,8	11,4	12,9	14,4	15,1
15	29,3	32,3	29,8	30,7	30,2	30,2	25,5	26,5	15,3	16,4	19,4	19,9
20	35,3	37,4	36,5	36,4	34,9	34,5	31,3	32,4	18,6	19,2	23,7	23,8
25	40,3	41,6	41,7	41,3	38,8	38,1	36,3	37,5	21,4	21,6	27,4	27,3
30	44,7	45,4	46,3	45,6	42,4	42,3	41,1	41,9	23,9	23,8	30,8	30,4
35	48,5	48,7	50,4	49,4	45,4	44,2	45,4	46,5	26,2	25,7	33,6	33,9
40	51,5	51,9	54,0	53,0	48,1	46,9	49,4	49,6	28,3	27,6	36,4	35,8
45	54,0	54,7	57,3	56,3	50,7	49,4	53,5	53,1	30,1	30,1	38,8	38,4
50	56,8	57,4	60,3	59,5	52,8	51,7	56,5	56,3	31,6	31,8	41,2	41,6
55	58,5	60,0	63,2	62,1	54,5	53,9	60,0	59,4	32,9	32,4	43,2	42,8
60	61,0	62,4	65,6	65,2	56,5	56,0	63,2	62,3	34,0	33,8	45,2	45,9
65	62,5	64,8	68,0	67,9	58,3	58,0	66,3	65,0	35,8	35,2	46,9	46,9
70	64,0	67,0	70,5	70,5	59,4	59,9	69,0	68,3	36,0	36,5	48,3	48,3

§ 10. Vergleich der Entladungsspannung in Luft, Stickstoff, Wasserstoff, Kohlensäure und Leuchtgas unter gleichen Umständen.

Die folgenden Beobachtungen für die verschiedenen Gase sind bei einmaliger Einstellung der Funkenstrecke ausgeführt

worden, um den Funkenabstand unverändert beizubehalten. Dabei wurden Elektroden aus Gold benutzt, da die Gase, besonders Sauerstoff, die Oberfläche der Elektroden beeinflussen konnten.

Da die Resultate der Luft, die sich aus zwei Beobachtungen, einer ersten und einer letzten, ergaben, untereinander sehr gut übereinstimmten, ist es sicher, daß der Funkenabstand während der ganzen Beobachtung sich gleich blieb.

Die Kurven für Luft, Kohlensäure und Stickstoff stimmen sehr gut überein mit den früheren Resultaten, die ich mit Magnesiumelektroden bekam.

Wie man aus der Fig. 12 sieht, haben die Kurven einen parabolischen Gang. Es soll versucht werden, die Beobachtungen durch eine Gleichung $a y^2 + b y + c = x$ darzustellen, worin y das Funkenpotential in Kilovolt, und x den Druck in Atmosphären bedeutet. Durch die Methode der kleinsten Quadrate bekam ich die folgenden Gleichungen:

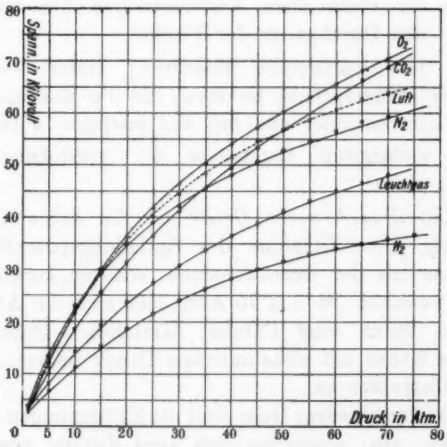


Fig. 12.

Für Luft	$20\,y^2 - 402\,y + 6902 = 1000\,x$,	
„ Sauerstoff	$15\,y^2 - 135\,y + 5000 = 1000\,x$,	
„ Stickstoff	$27\,y^2 - 580\,y + 7860 = 1000\,x$,	
„ Kohlensäure	$14\,y^2 - 15\,y + 4787 = 1000\,x$,	
„ Wasserstoff	$55\,y^2 - 180\,y + 3200 = 1000\,x$,	
„ Leuchtgas	$25\,y^2 - 175\,y + 1630 = 1000\,x$.	

Die berechneten Werte von y für die verschiedenen Gase bei verschiedenem Druck sind in der Tab. 7 neben den beobachteten angegeben. Sie stimmen für die größeren Werte von x ziemlich gut überein. Bei den kleineren Werten von x sind die Abweichungen größer und bei dem Druck von 1 Atm. erhält man bei allen Gasen komplexe Werte für y. Der Verlauf des Funkenpotentials mit dem Druck läßt sich also nur für höheren Druck durch eine derartige Gleichung wiedergeben.

Zusammenfassung.

Es wurde die Abhängigkeit des Funkenpotentials in verschiedenen Gasen vom Druck zwischen 1 und ca. 75 Atm. untersucht.

Als Hauptfehlerquellen erwiesen sich dabei:

a) die Warburgsche Funkenverzögerung,
b) die chemischen Veränderungen der Gase infolge des Durchgangs der Funken.

Auf nicht genügender Beachtung dieser Fehlerquellen dürften die Widersprüche beruhen, die die Resultate früherer Arbeiten untereinander und mit den meinigen aufweisen.

Die wichtigsten Ergebnisse der vorstehenden Untersuchungen sind:

1. *Das Paschensche Gesetz ist für hohen Druck nicht mehr gültig.* Die Zunahme des Entladungspotentials erfolgt nicht linear mit der Druckzunahme, sondern langsamer. Bei Drucken zwischen 10 und 75 Atm. läßt sich die Abhängigkeit annähernd durch eine Parabel darstellen. Unter 10 Atm. nimmt die Kurve mit abnehmendem Druck immer mehr einen linearen Charakter an.

2. Für verschiedene Gase sind die Krümmungen der Kurven verschieden, also schneiden sich zwei Kurven zuweilen miteinander, z. B. schneidet die Kurve für Sauerstoff und die für Kohlensäure die Kurven für Luft und Stickstoff.

3. In einem Gemisch von zwei Gasen hat das Funkenpotential einen Wert, welcher zwischen den beiden Werten der einzelnen Gase bei demselben Druck liegt und proportional dem Verhältnis des Gemisches ist.

4. Für die praktische Verwendung eines Gases für Preßgaskondensatoren ist Kohlensäure am empfehlenswertesten, obgleich die Durchschlagfestigkeit von Sauerstoff größer ist, doch ist die Verwendung von Sauerstoff wegen seiner Reaktionsfähigkeit ungünstig und gefährlich.

An dieser Stelle möchte ich meinem verehrten Lehrer, Hrn. Geheimrat Prof. M. Wien für seinen Rat und Hrn. Prof. K. Baedeker, der mir sein Radiumpräparat zur Verfügung stellte, meinen herzlichsten Dank sagen.

Jena, Physikal. Institut der Universität, August 1913.

(Eingegangen 20. Mai 1914.)

7. *Wellenlängennormale II. Ordnung im roten Teil des Eisenspektrums;*[1] *von Paul Eversheim.*

Vor einiger Zeit hat Burns[2]) interferometrische Messungen im Eisenspektrum vorgenommen, und zwar in dem Bereiche von $\lambda = 5434$ bis $\lambda = 8824$. Der Vergleich mit den von mir früher vorgenommenen Messungen[3]) zeigte im allgemeinen gute Übereinstimmung, bei einigen Zahlen jedoch war die Abweichung erheblich, nämlich bei den Linien, die an der Grenze des roten Spektralbereiches lagen, der damals von mir mit den vorhandenen Mitteln untersucht werden konnte. Durch Unterstützung der Rheinischen Gesellschaft für wissenschaftliche Forschung, die mir die erforderlichen Mittel zur Verfügung stellte, konnte ich meine Aufstellung wesentlich verbessern und die früheren Messungen kontrollieren und erweitern. Die Aufstellung war ähnlich der von mir früher benutzten[4]), die Spiegel aber, von Brashear in Pittsburgh, Pa. (Allegheny) U.S.A., waren größer und hatten eine Brennweite von 1 m; sie lieferten ausgezeichnete und fehlerfreie Bilder. Die versilberte Luftschicht wurde begrenzt durch zwei Platten aus Homogenquarz, deren eine als Plankonvexlinse ausgebildet war. Der Abstand wurde durch einen Ring aus Invarmetall konstant gehalten und betrug 6,67 mm. Durch Kathodenzerstäubung erhielt ich eine Versilberung von äußerster Gleichförmigkeit und hohem Reflexionsvermögen, das durch nachträgliches Polieren mit Pariser Rot noch erhöht wurde.

Als Lichtquelle diente eine Bogenlampe mit Eisenstäben von etwa 6,5 mm Durchmesser; die Bogenlänge betrug ca. 8 mm,

1) Die Arbeit wurde mit Unterstützung der „Rheinischen Gesellschaft für wissenschaftliche Forschung“ durchgeführt.

2) Kelvin Burns, Journ. Phys. Juni 1913.

3) P. Eversheim, Ann. d. Phys. **30.** p. 815. 1909.

4) P. Eversheim, Ann. d. Phys. **36.** p. 1071. 1911.

die Mitte des Bogens wurde mittels einer Linse auf eine vor dem Interferometer befindliche Blende von 3 mm Öffnung projiziert. Die Betriebsspannung von 220 Volt lieferte durch geeignete Vorschaltwiderstände eine Stromstärke von 6,5 Amp. im Bogen.

Zur photographischen Aufnahme wurden gewöhnliche Trockenplatten durch Baden in Dicyaninlösung sensibilisiert[1]), für kürzere Wellen mußte bis zu einer halben Stunde, für die längeren bis zu einer Stunde exponiert werden. Um den Temperatureinfluß unschädlich zu machen, wurde das Licht der Vergleichslinie wie bei den früheren Messungen gleichzeitig mit dem des Eisenlichtes in den Apparat projiziert. Als Vergleichslinie diente die rote Cadmiumlinie $\lambda = 6438{,}4696$ bei 15°, 760 mm Druck und trockener Luft aus dem Lichte einer Heraeusschen Quarzbogenlampe, die unter der Spannung von 220 Volt auf 4,5 Amp. einreguliert wurde.

Der Einfluß der Phasenänderung mit der Wellenlänge wurde von mir nach der Methode der Interferenzstreifen gleicher Dicke untersucht, eine Methode, die mir besser scheint, als die bei verändertem Plattenabstand.[2]) Es ergab sich, daß der Unterschied in der optischen Schichtdicke zwischen $\lambda = 6494$ und $\lambda = 7187$, für die letztere den Wert + 8 Å.-E. erreichte, ein Betrag, der keinen merklichen Einfluß auf das Resultat ausübt.

In der nachfolgenden Tabelle gebe ich die von mir gefundenen Werte; zum Vergleich füge ich die früher von Fabry u. Buisson[3]) ermittelten, sowie die von Burns hinzu, soweit die Zahlen vorliegen; ein Urteil über die Messung mag aus der Angabe der wahrscheinlichen Fehler gewonnen werden.

Wie man sieht, ist die Übereinstimmung zwischen den drei Beobachtungen recht befriedigend, und der Mittelwert dürfte wohl den Forderungen der Internationalen Union entsprechen. Nur die drei letzten Zahlen weisen erhebliche Differenzen auf, obwohl die Werte den gleichen Grad der Genauigkeit beanspruchen dürfen, wie die vorhergehenden; hier müßten Kontrollmessungen von anderer Seite gemacht werden.

---

1) K. Burns, l. c.
2) P. Eversheim, l. c. Ann. d. Phys. **30.** 1909. p. 822 ff.
3) Ch. Fabry u. H. Buisson, Journ. Phys. März 1908.

Tabelle für die Wellenlängen.

Eversheim	Fabry u. Buisson;	Differenz	Burns;	Differenz	Wahrscheinl. Fehler der Messung
$\lambda =$		Å.-E		Å.-E.	
6003,039	0,039	0	0,036;	+0,003	0,0006 A.-E.
6065,491	0,493	− 0,002	—		7
6137,703	0,700	+ 3	—		10
6265,145	0,147	− 2	0,143	+ 2	7
6318,030	0,029	+ 1	—		6
6430,856	0,859	− 3	857	− 1	4
6494,991	0,994	− 3	991	0	10
6546,250	—		247	+ 3	6
6592,920	—		925	− 5	8
6668,449	—		454	− 5	7
6677,997	—		8,000	− 3	8
6750,163	—		164	− 1	13
6945,216	—		215	+ 1	7
6978,862	—		861	+ 1	8
7187,356	—		348	+ 8	10
7207,442	—		431	+ 11	5
7445,800	—		781	+ 19	10

Der Rheinischen Gesellschaft für wissenschaftliche Forschung möchte ich am Schlusse meinen besten Dank aussprechen für die erhebliche Beihilfe zur Beschaffung der kostspieligen Konkavspiegel, die es ermöglichen, den Apparat zu einer Reihe wertvoller Untersuchungen zu benutzen.

Bonn, Physik. Institut der Universität, Mai 1914.

(Eingegangen 29. Mai 1914.)

8. *Über Zeeman-Triplets mit anormalen Rotationsrichtungen und über Medien mit negativem Faraday-Effekt;* von *W. Voigt.*

An verschiedenen Stellen habe ich darauf hingewiesen, daß der einfachste Fall von Elektronenkoppelung, bei dem nur zwei nach Eigenfrequenzen und Dämpfungen gleichartige Elektronen ins Spiel treten, die Deutungsmöglichkeit für eine Reihe auffallender anormaler Formen des Zeeman-Effektes liefern. So habe ich z. B. in Entgegnung gewisser von Hrn. Cotton erhobenen Einwendungen gezeigt[1]), daß die singulären Fälle des Triplets mit vertauschten *p*- und *s*-Komponenten aus den bezüglichen Formeln ebenso leicht folgen, wie diejenigen der gegen das Magnetfeld anscheinend überhaupt unempfindlichen Linien. Durch Zufall bin ich aber bisher nicht auf einen Fall zu sprechen gekommen, der ein besonderes Interesse beansprucht, weil seine Beobachtung mehrfach als Beweis für die Notwendigkeit der Annahme positiver Elektronen gedeutet ist, und der sich durch die Koppelungshypothese genau so einfach deuten läßt, wie die vorgenannten: das Triplet mit vertauschten Rotationsrichtungen bei longitudinaler Beobachtung und die entsprechenden kompliziertere Typen. Es ist bekannt, daß Hr. Zeeman[2]) aus dem von ihm als das *regelmäßige* beobachteten Verhalten von Triplets, bei welchen die positiv rotierende Komponente auf der Seite der größeren Frequenz liegt, auf die *negative* Ladung der die Emission und Absorption bewirkenden Elemente der Atome geschlossen hat. In Anwendung derselben Schlußreihe haben dann andere Autoren aus dem Auftreten von Triplets (oder Quartetts, . . .)

1) W. Voigt, Ann. d. Phys. 36. p. 900. 1911.
2) P. Zeeman, Verh. Ak. Anst. 5. p. 181. 242. 1896 (insbes. § 24).

mit entgegengesetzten Rotationsrichtungen auf die Wirksamkeit *positiv* geladener Elemente geschlossen.[1])

Die Frage der Beteiligung positiv geladener Massen an den Schwingungen innerhalb der Atome hat eine weiterreichende Bedeutung. Negative Elektronen bewirken nach der Theorie in der Umgebung von Absorptionsstreifen beiderseitig eine magnetische Drehung der Polarisationsebene im *positiven* Sinne. Ein solcher Drehungssinn wird bekanntlich in durchsichtigen Körpern in der ganz überwiegenden Zahl von Fällen praktisch beobachtet und er kann somit als der *normale* gelten. Es ist indessen auch die entgegengesetzte Drehungsrichtung festgestellt worden. Nun ist aus einer solchen Beobachtung im durchsichtigen Spektralgebiet zwar nicht notwendig der Schluß zu ziehen, daß ihr ein Verhalten von Absorptionsstreifen zugrunde liegen müsse, welches dem der Triplets mit vertauschter Rotationsrichtung analog ist; es könnte bei jenen Körpern an sich auch ein ganz anderer Mechanismus wirksam sein, derart, daß auch bei negativen Elektronen die Drehung unsymmetrisch, nämlich auf der einen Seite eines Absorptionsstreifens positiv, auf der anderen negativ verläuft. Es ist bekannt, daß manche Beobachtungen eine solche Deutung nahe legen. Ferner ist von Drude[2]) wahrscheinlich gemacht, daß die im fernen Ultrarot vorkommenden Absorptionsstreifen wirklich auf (relativ großen) positiv geladenen Massen beruhen. Aber einerseits wird das Vorkommen des unsymmetrischen Typs der Drehung von manchen Autoren bestritten, andererseits ist es nach der Theorie nicht wahrscheinlich, daß die fernen ultraroten Absorptionsstreifen, die auf die Dispersion im sichtbaren Spektrum erfahrungsgemäß nur wenig Einfluß üben, das Vorzeichen der Drehung vollständig bestimmen sollten. Es muß sonach die Möglichkeit einer Deutung des anormalen Faraday-Effektes in durchsichtigen Gebieten auf Absorptionsstreifen von dem oben geschilderten Verhalten zugegeben werden. Ganz klar liegen die Verhältnisse natürlich bei negativer Drehung in der direkten Umgebung von Ab-

1) Vgl. z. B. A. Dufour, Compt. rend. **146**. p. 118. 229. 634. 810. 1908.

2) P. Drude, Ann. d. Phys. **14**. p. 677. 936. 1904; Optik. p. 376 u. f. Leipzig 1906.

sorptionsstreifen, wenn deren anormale Zerlegung direkt beobachtet oder wenigstens der symmetrische Typus der Drehung festgestellt ist.[1])

Was nun die Erklärung jener anormalen Triplets (Quartetts usw.) angeht, so stößt die Annahme positiver Elektronen mit trägen Massen von der Ordnung derjenigen der negativen auf allergrößte Schwierigkeiten, die hier nicht nochmals auseinander gesetzt zu werden brauchen. Minder gewagt erscheint die Annahme der Erregung innermolekularer Magnetfelder von einer der äußeren entgegengesetzten Richtung, wie sie ja zur Erklärung des Diamagnetismus herangezogen worden sind. Bedenklich macht nur die Tatsache, daß keineswegs allgemein diamagnetische Körper negative magnetische Drehung geben, sondern in dieser Weise gerade einige besonders stark magnetische wirken, wie die Lösungen gewisser Eisensalze. Deshalb ist eine ganz andere Deutung vielleicht von Interesse, welche die Koppelungstheorie bietet, welche ich, wie gesagt, nur zufälligerweise bisher nicht zu besprechen Gelegenheit gefunden habe, und auf welche jetzt (trotz ihrer Einfachheit) ausdrücklich hinzuweisen eine äußere Anregung mich veranlaßt.

Die Koppelungstheorie liefert für das Verhalten der s-Komponenten einer mehrfachen Spektrallinie allgemein dasselbe Schema, durch das man die Beobachtungen der komplizierten Typen des Zeemann-Effektes von allem Anfang an beschrieben hat. Bei dem Triplet entsteht je eine s-Komponente auf jeder Seite der feldlosen Linie in gleichem Abstand von der feldlosen Linie; bei den komplizierten Typen spaltet jede dieser Komponenten in Unterkomponenten auf, die zusammen wieder ein zur feldlosen Linie symmetrisches System liefern. In der Tat stellen sich die Abstände μ der Komponenten von der feldlosen Linie nach der Theorie dar durch die Formel

$$\mu = \pm (\mu_0 + \mu_h),$$

wobei μ_0 die Verschiebung bei fehlender Koppelung bezeichnet, und wobei so viel μ_h auftreten, als Elektronen gekoppelt sind. Das obere Vorzeichen bezieht sich dabei auf Linien, die in

1) Vgl. z. B. L. Dufour, Compt. rend. **147**. p. 1471. 1908.

longitudinaler Richtung + rotierende Wellen emittieren, das untere auf solche, die — rotierende Wellen liefern. Die Zahlwerte der μ_0 und μ_h sind voneinander unabhängig. Die den verschiedenen h entsprechenden Linien können alle möglichen relativen *Intensitäten* haben.

Nun kommen jederzeit positive und negative Werte μ_h vor. Ist ein μ_h negativ und so groß, daß $\mu_0 + \mu_h < 0$, so erscheint die bezügliche Zerlegungskomponente mit ihrer Rotationsrichtung auf der Seite der feldlosen Linie, auf der *normaler* Weise nur die entgegengesetzte Rotation auftritt. Auf diese Weise können negative Elektronen Komponenten mit anormaler Rotation und im Zusammenhang damit negative Drehung der Polarisationsebene bewirken.

Ein spezieller Fall ist der des Triplets mit inverser Rotation, von dem oben ausgegangen worden ist und der sich auf Grund der Annahme von *nur zwei* gekoppelten Elektronen gewinnen läßt. Die bezüglichen Formeln sind von mir an verschiedenen Stellen[1]) besprochen worden. Mißt g die direkte Wirkung des Feldes auf das einzelne Elektron, und sind f' und g' Koppelungsfunktionen, die ich erster und zweiter Art nenne — alle drei Größen dem Feld proportional —, bezeichnet endlich m die träge Masse des Elektrons, so gelten für die Abstände μ und die relativen Stärken J der vier Komponenten die Formeln

$$\begin{aligned} 2m\mu_1 &= -(g+r), & J_1 &= 1 + g'/r, \\ 2m\mu_2 &= -(g-r), & J_2 &= 1 - g'/r, \\ 2m\mu_3 &= +(g-r), & J_3 &= 1 - g'/r, \\ 2m\mu_4 &= +(g+r), & J_4 &= 1 + g'/r, \end{aligned}$$

wobei $r^2 = f'^2 + g'^2$.

Man sieht, daß, wenn $f' = 0$ und $g' < 0$ ist, die Stärken J_1 und J_4 verschwinden und daß, wenn zugleich $g' > g$ ist, dann die Abstände $\mu_2 > 0$, $\mu_3 < 0$ werden, die Komponenten (2) und (3) also an der „falschen" Seite von $\mu = 0$ erscheinen. Das ist das Triplet mit inverser Rotation, erhalten mit negativen Elektronen und einem dem äußeren Feld parallelen

1) Vgl. z. B. W. Voigt, Ann. d. Phys. 41. p. 421. 1913.

Molekularfeld. Sein Zustandekommen erfordert weiter nichts, als daß die Koppelung erster Art zwischen den beiden Elektronen verschwindet und diejenige zweiter Art stärker ist, als die direkte Einwirkung des Magnetfeldes auf jedes von ihnen.

Zur Stützung dieser einfachen Deutung der besprochenen Art anormaler Triplets möchte ich auf merkwürdige Beobachtungen hinweisen, die Hr. Dufour[1]) an Linien des zweiten Wasserstoffspektrums gemacht hat, und die in unmittelbarer Nachbarschaft „normale" Triplets von sehr verschiedener und darunter auch sehr kleiner Aufspaltung sowohl gegen das Feld unempfindliche Linien als auch anormale Triplets unserer Art ergeben haben. Die Reproduktion der von Hrn. Dufour gegebenen Tabelle liefert das nachstehende Bild.

Normale Triplets.

λ	4412	4459	4461	4490	4498	4634
$\delta\lambda$	0,11	0,02	0,16	0,05	0,20	0,13

Unempfindliche Linien.

λ	4457	4506	4568	4580	4663	4684

Anormale Triplets.

λ	4523	4558	4653	4667	4673	4692
$\delta\lambda$	0,06	0,09	0,12	0,09	0,11	0,14

Die Aufspaltung $\delta\lambda$ ist für ein Feld von 10000 Gauss angegeben, für welches in dem betrachteten Bereich die *normale* Aufspaltung etwa = 0,12 ist.

Die vorstehende Zusammenstellung gibt meines Erachtens durchaus den Eindruck, daß von den „normalen" Triplets ein *stetiger Übergang* durch die unempfindlichen Linien hindurch zu den anormalen Triplets stattfindet, und daß somit für die kleinen Aufspaltungen der ersteren, für die Unempfindlichkeit und für das anormale Verhalten dieselbe Ursache in verschiedener Stärke wirksam zu denken ist. Dies gilt um so mehr als die *scheinbar* unempfindlichen Linien nicht notwendig *absolut* unempfindlich sind. Zerlegungen, die merklich unterhalb des beobachteten 0,02 bleiben, werden nicht mehr sicher nachweisbar sein und die bez. Linien als unempfindlich erscheinen lassen. Die vorstehenden Überlegungen lassen also

1) A. Dufour, Compt. rend. **146**. p. 634. 1908.

die Deutung zu, daß es sich bei allen diesen Linien um Elektronenpaare handelt, die nur durch Koppelungen zweiter Art und zwar von sehr verschiedener Stärke verbunden sind.

Es ist klar, daß ein anormales Triplet für die Umgebung der bez. Linie zu einer Drehung der Polarisationsebene in negativer Richtung führen wird. Eine solche Drehung tritt aber auch in viel allgemeineren Fällen auf, nämlich immer dann, wenn der Intensitätsschwerpunkt aller Komponenten mit positiver Rotation auf der Seite der kleineren, derjenige aller Komponenten mit negativer Rotation auf der Seite größerer Frequenzen liegt. Und das kann nach der Koppelungstheorie, wie bei einem Triplet, ebenso auch bei einem beliebig komplizierten Zerlegungstyp stattfinden.

Göttingen, Juni 1914.

(Eingegangen 26. Juni 1914.)

9. *Über zirkularen Dichroismus des Amethysts; von E. Perucca.*

Hr. H. W. Dove[1]) hat die Entdeckung des zirkularen Dichroismus im tief violetten Quarzamethyst angezeigt, d. h. die verschiedene Absorption der zwei links und rechts mit verschiedener Geschwindigkeit fortschreitenden und die Drehung der Polarisationsebene verursachenden zirkularen polarisierten Lichtstrahlen.

Da dieses Ergebnis in den wichtigsten und bekanntesten Physiklehrbüchern (Winkelmann, Chwolson, Müller-Pouillet ...) berichtet wird, möchte ich bemerken, daß man aus Doves Experimenten weder für noch gegen das Vorhandensein des zirkularen Dichroismus im Amethyst etwas schließen kann. Hr. Dove hat untersucht: „... senkrecht auf die Achse geschliffene Platten der tief violetten Amethyste, bei denen die Färbung in den eigentümlichen bandartigen unter stumpfen Winkeln zusammenstoßenden Streifen verteilt war. In der dichroitischen Lupe erscheinen diese Streifen in der Weise verschieden, daß die violetten Streifen in dem einen Bilde dem hellen in dem andern entsprechen, und umgekehrt." Aus dem Vorhandensein dieser Färbungen schließt Hr. Dove irrtümlicherweise das Vorhandensein des zirkularen Dichroismus. In der Tat besteht der Amethyst aus optisch links und rechts drehenden, den Oberflächen des Prismas oder öfter des Rhomboeders parallelen Lamellen. Man kann mit geschärfter Aufmerksamkeit also sehen, daß — abgesehen von der Schwächung in den absorbierten Farben — einfallendes, durch solche Lamellen der Achse parallel durchgelassenes natürliches Licht, natürliches bleibt, sei das optische Drehungsvermögen und der zirkulare Dichroismus vorhanden oder nicht. Unter solchen Umständen kann ein doppeltbrechendes Prisma, wie die dichroitische Lupe zwei verschieden gefärbte Bilder nicht geben.

1) H. W. Dove, Pogg. Ann. 110. p. 279. 1860.

Wenn das auf die Amethystplatte einfallende Licht ganz oder partiell polarisiert ist, so kann die Rotationsdispersion wie der zirkulare Dichroismus die zwei Dichrooskopbilder verschieden färben; in solchem Falle aber ist die Wirkung des eventuellen zirkularen Dichroismus durch die ähnliche und viel größere Wirkung der Rotationsdispersion gänzlich verdeckt.

Schließlich, wenn das Licht schief auf die Achse der Platte fällt, so spielt auch der gewöhnliche Dichroismus eine wesentliche Rolle.

Man kann daher keineswegs aus Doves Experimenten das Vorhandensein des zirkularen Dichroismus schließen. Die von ihm beschriebenen Färbungen sollen also der partiellen Polarisation des angewandten Lichtes oder dem gewöhnlichen Dichroismus zugeschrieben werden. Diese letzte Voraussetzung ist gar nicht unwahrscheinlich, wenn man die sehr komplizierte Beschaffenheit der Amethystkristalle in den stark gefärbten Zonen bedenkt, gerade da wo es Hrn. Dove gelang die beschriebenen Färbungen zu entdecken. In diesen Zonen verhalten sich die Amethystkristalle mehr als zweiachsige wie als einachsige.

Es scheint jetzt schon bewiesen zu sein, daß das optische Drehungsvermögen des Amethysts von einer zur anderen unter den Lamellen, aus welchen er besteht, sich fortwährend ändert, und daß die Färbung gerade in den wenig oder gar nicht optisch aktiven Regionen tiefer wird.[1])

In diesem Falle muß man das Vorhandensein des zirkularen Dichroismus in einem Amethyst mit gewöhnlicher Struktur ohne weiteres verneinen.

Diese Erscheinung könnte man in einem Amethyst mit einfacher Struktur und entsprechender optischer Wirkung finden. Ein einziges Muster aber von einem solchen Amethyst ist bis jetzt beschrieben worden[2]) und leider war es mir nicht möglich es mir zu verschaffen oder ein anderes ausfindig zu machen.

---

1) Vgl. z. B. A. E. H. Tutton, Nature 88. p. 261. 1911.
2) J. Martini, N. Jahrb. f. Min. 2. p. 43. 1905.

(Eingegangen 20. Juni 1914.)

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.